

# Esercizi di teoria dei numeri

Perugia, 2008-01-31

1. Trovare (se esiste...) il più piccolo numero intero positivo che dà resto 1 se diviso per 5, dà resto 2 se diviso per 6 e dà resto 3 se diviso per 7.
2. Per quali  $a, b$  interi vale  $(a - 1)^2 + a^2 + (a + 1)^2 = b^2$ ?
3. Trovare tutte le terne di interi positivi  $(x, y, z)$  tali che  $x^3 + 5y^3 + 25z^3 = 5xyz$
4. Dimostrare che esiste un numero di Fibonacci che termina con le cifre 00.
5. Sia  $p(x)$  un polinomio a coefficienti interi, tale che per quattro interi diversi  $a, b, c, d$ , valga  $p(a) = p(b) = p(c) = p(d) = 11$ . Può essere  $p(n) = 8$  per qualche intero  $n$ ?