

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE DI BRESCIA
SCUOLA DI SPECIALIZZAZIONE PER L'INSEGNAMENTO SECONDARIO
Anno Accademico 2002-2003 II anno di corso

Esame di
PROBLEMI, METODI, DIDATTICA
DI FISICA MODERNA

Prof. L. SANGALETTI

La fenomenologia dei quanti di luce e la struttura concettuale della teoria quantistica

Fenomeni ondulatori. Diffrazione ed interferenza. Gli “stati” di polarizzazione del campo elettromagnetico. I cristalli birifrangenti. I fotoni nei processi di diffrazione e interferenza. Dai quanti di luce alle particelle elementari. Lo spin e l'apparato di Stern-Gerlach. La natura fondamentale aleatoria dei processi fisici. Il principio di sovrapposizione e la struttura concettuale della teoria quantistica.

Un approfondimento tratto da:
G. C. Ghirardi, *Un'occhiata alle carte di Dio*.
Gli interrogativi che la scienza moderna pone all'uomo
Il Saggiatore, Milano 1997, capitoli 1-4

Riferimento e-mail:
dia.rossi@tiscali.it

*Floridi Milena
Marinoni Corrado
Rossi Claudia
Ursella Clara*

INTRODUZIONE

In questa presentazione esponiamo il contenuto dei primi quattro capitoli del testo di G. C. Ghirardi, *Un'occhiata alla corte di Dio. Gli interrogativi che la scienza moderna pone all'uomo*, (Il Saggiatore, Milano 1997) in stretta relazione con il contenuto delle diapositive di PowerPoint allegate. Pertanto è consigliabile la lettura della presente contemporaneamente alla visione delle diapositive (file: *presentazione.ppt*) perché la prima mantiene la continuità dell'esposizione, le seconde approfondiscono gli argomenti.

L'idea è stata quella di approfondire l'argomento proposto e realizzare una presentazione eventualmente utilizzabile anche in una 5^a liceo scientifico.

CAPITOLO I - IL CROLLO DELLA VISIONE "CLASSICA" DEL MONDO

Ripercorriamo l'affascinante cammino che ha portato, agli inizi del 1900, all'elaborazione della teoria della meccanica quantistica, lo schema concettuale che, insieme alla relatività, sta alla base di tutta la moderna visione del mondo. La nascita di questa teoria è stata molto travagliata, perché si pone come autentica rivoluzione rispetto alle concezioni classiche nello studio dei sistemi microscopici.

Per concezione "classica del mondo" si intende quel corpo di conoscenze elaborate nel lungo corso dell'evoluzione del pensiero scientifico, dalla rivoluzione Galileiana al 1800 e compendiate nelle teorie cardine, fino agli inizi del secolo scorso, della meccanica e dell'elettromagnetismo (*diapositiva 2*).

La *meccanica classica* tratta del movimento dei corpi materiali come determinato dalle forze che agiscono su di essi, che si manifestano quali attrazioni o repulsioni mutue tra particelle. Questa teoria consente l'unificazione teorica di fenomeni apparentemente diversi come il moto dei pianeti e la caduta di un grave, i processi termici e i moti disordinati dei costituenti la materia.

La *teoria classica dell'elettromagnetismo* consentesi invece di interpretare, attraverso il concetto di campo elettromagnetico, il fenomeno della luce, i fenomeni elettrici e magnetici come diverse manifestazioni di un'unica entità.

Questo è il quadro concettuale verso la fine dell'ottocento.

Alcuni semplici fenomeni fisici, però, nonostante numerosi sforzi, non rientravano nella concezione classica d'interpretazione del mondo. Vediamone alcuni (*diapositiva 3*).

1) *La dipendenza dalla temperatura del colore degli oggetti*. È esperienza comune che molti corpi cambiano colore al variare della loro temperatura. I fenomeni termodinamici coinvolti e l'agitazione termica delle particelle cariche costituenti il corpo materiale sono fenomeni che rientrano nell'ambito della fisica classica, pertanto dovrebbero essere descritti da questo schema concettuale. Così non è. Questo mistero rimase irrisolto fino all'ipotesi formulata da Planck.

- 2) *Gli atomi e le loro proprietà.* Ricordiamo che un atomo veniva concepito come un sistema planetario in miniatura, con un nucleo carico positivamente nel quale si concentra quasi tutta la massa del sistema. Il primo fatto inspiegabile con la teoria classica è la costanza delle proprietà degli atomi: in qualunque modo un atomo di una certa sostanza venga prodotto, esibisce sempre le stesse caratteristiche che ne determinano in modo univoco il comportamento nei processi chimici e fisici cui prende parte. Questo contrasta con la formazione dei sistemi planetari, dove le orbite dei pianeti dipendono dalle condizioni iniziali del sistema.
- 3) Un altro fatto inspiegabile è la *stabilità degli atomi*. Secondo le equazioni della dinamica classica un sistema di cariche elettriche può stare in equilibrio solo se le cariche si muovono. Poiché l'atomo ha estensione limitata, le sue cariche sono costrette a muoversi su orbite ellittiche, quindi sono soggette ad un'accelerazione centripeta. Ma, secondo le leggi dell'elettromagnetismo, le cariche soggette a quel tipo di moto devono irraggiare e quindi ben presto le loro orbite dovrebbero collassare sul nucleo. Ma questo non accade.

Analizziamo ora nel dettaglio i fenomeni ondulatori (*diapositiva 4*).

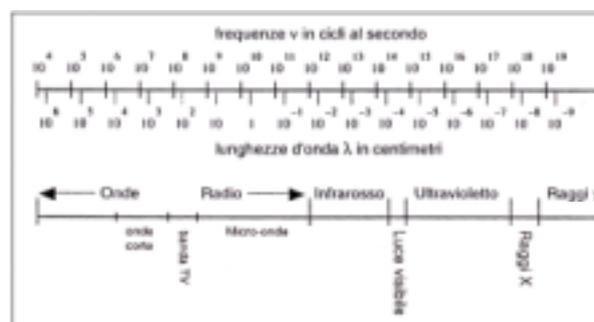
Consideriamo una carica elettrica che si muove di moto periodico lungo un certo segmento. La carica irraggerà onde elettromagnetiche nello spazio aventi la sua stessa frequenza di oscillazione. Un'onda elettromagnetica consiste di due vettori campo, quello elettrico **E** e quello magnetico **H**, mutuamente perpendicolari e perpendicolari alla direzione di propagazione. Nel vuoto le onde elettromagnetiche si propagano alla velocità della luce *c* di circa 300000 km al secondo.

Analizziamo in particolare il vettore campo elettrico (*diapositiva 5*): studiando come la sua intensità, direzione e verso cambiano in un certo punto dello spazio al variare del tempo, otteniamo una sinusoide, dalla quale si può ricavare il periodo e quindi la frequenza ν di oscillazione (uguale a quella della carica che lo genera); studiando quali valori il campo **E** assume in vari punti dello spazio in un certo istante, si ottiene ancora una sinusoide dalla quale si definisce la lunghezza d'onda λ dell'onda elettromagnetica. Possiamo dunque ricavare la nota legge:

$$\lambda \cdot \nu = c$$

che rappresenta la relazione tra lunghezza d'onda, frequenza e velocità della luce.

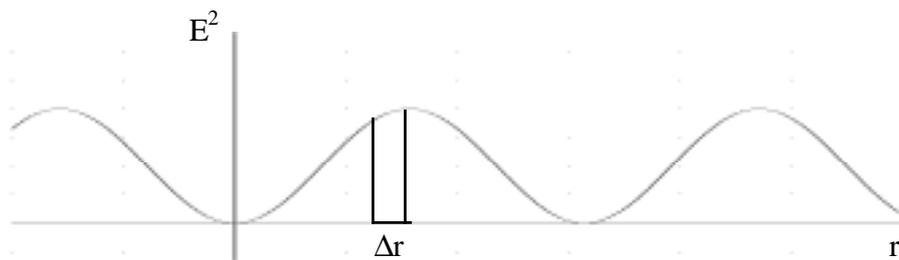
La classificazione delle radiazioni secondo la loro frequenza è detta lo spettro elettromagnetico (*diapositiva 6*), raffigurato in figura seguente.



Il campo può cambiare in modo arbitrario nel tempo, assumendo orientazioni ed ampiezze variabili, ma noi non ci occuperemo di questo caso generale. Sottolineiamo invece la linearità delle equazioni che governano i fatti ondulatori (*diapositiva 7*), nota come principio di sovrapposizione. Se $\mathbf{E}_1(\mathbf{r},t)$ ed $\mathbf{E}_2(\mathbf{r},t)$ sono due campi che interessano la stessa regione di spazio, in ogni istante t ed in ogni punto \mathbf{r} dello spazio il campo risultante si ottiene come somma vettoriale dei due (o più) campi considerati:

$$\mathbf{E}_{\text{Tot}}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r},t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r},t)$$

Inoltre, ciò che risulta di maggior interesse dal punto di vista fisico nel processo di propagazione di un'onda elettromagnetica è il fatto che essa trasporta energia (*diapositiva 8*). La densità di energia, in un certo istante ed in determinato punto dello spazio, risulta proporzionale alla somma dei quadrati del campo elettrico e del campo magnetico in quel punto e in quell'istante. Poiché nel vuoto il campo elettrico e quello magnetico risultano uguali in intensità (in opportune unità), possiamo affermare che l'energia elettromagnetica in un certo volume dello spazio, ad un certo istante, è proporzionale al prodotto del quadrato del campo elettrico per il volume stesso, purché quest'ultimo sia opportunamente piccolo in modo che il campo non vari apprezzabilmente al suo interno. Per determinare l'energia di un campo variabile è sufficiente calcolare l'integrale del quadrato del campo nel volume considerato. L'energia, pur variando da punto a punto, è distribuita con continuità nello spazio, come si vede dalla figura seguente.



Per rendersi conto della differenza tra aspetti corpuscolari ed ondulatori dei processi fisici, analizziamo in dettaglio due fenomeni di grande rilevanza concettuale, la diffrazione e l'interferenza (*diapositiva 9*), che sono una diretta conseguenza della natura lineare delle equazioni delle onde.

La *diffrazione* è il fenomeno che permette a due persone tra le quali si frappone un ostacolo, ad esempio una montagna, di parlarsi con due walkie-talkie. L'onda, cioè, non è costretta a propagarsi in modo rettilineo ma può aggirare gli ostacoli, perché ogni punto della perturbazione ondosa diventa esso stesso origine di nuove onde.

L'*interferenza* è il fenomeno che si osserva quando si gettano due sassi in uno stagno: in ogni punto della superficie il fenomeno ondoso è governato dalla "somma" delle due perturbazioni; le onde in

alcuni punti si ostacolano a vicenda, riuscendo anche ad annullarsi (interferenza distruttiva), in altri si rafforzano a vicenda (interferenza costruttiva).

Questi aspetti dei fenomeni ondulatori dipendono dalla relazione tra la lunghezza d'onda che caratterizza il fenomeno e le dimensioni degli ostacoli che l'onda incontra nella sua propagazione.

Facendo riferimento ai fenomeni luminosi (*diapositiva 10*), se si illumina uno schermo in cui è praticato un foro sufficientemente grande, la luce non diffrange ma si propaga in linea retta: ciò che si vede al di là dello schermo è l'immagine geometrica del foro. Se le dimensioni del foro sono invece paragonabili a quelle della lunghezza d'onda della luce, l'immagine che si presenta al di là dello schermo risulta allargata. Analogamente per l'interferenza (*diapositiva 11*); se consideriamo due fenditure di dimensioni dell'ordine della lunghezza d'onda, si assiste al formarsi sullo schermo di quelle che si chiamano "frange d'interferenza": dove l'interferenza è costruttiva si vede lo schermo illuminato, dove è distruttiva lo schermo non è illuminato.

Introduciamo ora l'ipotesi di Planck riguardo il fenomeno dell'irraggiamento di un corpo al variare della temperatura e la successiva elaborazione di Einstein; è il primo passo per lo sviluppo della meccanica quantistica. Planck mostrò che si poteva spiegare il fenomeno ammettendo che gli scambi di energia tra radiazione e materia avvenissero non in modo continuo ma discreto (*diapositiva 12*). Un campo di frequenza ν poteva cioè scambiare energia con la materia solo per quanti discreti, multipli della quantità $h\nu$. In questa relazione h è una costante universale, detta costante di Planck, e vale $6,626 \cdot 10^{-34}$ J·s. Questa ipotesi apparve a Planck come un artificio matematico che non comportava necessariamente l'abbandono della teoria classica. L'importanza fondamentale della sua ipotesi di quantizzazione dell'energia non fu in generale compresa, fino a quando, nel 1905, Einstein applicò un'ipotesi simile per spiegare l'effetto fotoelettrico ed ipotizzò che la quantizzazione fosse una proprietà fondamentale della radiazione elettromagnetica.

Fu proprio questa rivoluzionaria ipotesi che, tra l'altro, attribuiva aspetti corpuscolari alla radiazione elettromagnetica, a condurre alla formulazione dello schema concettuale della meccanica quantistica. Per farsi un'idea della piccolezza del quanto d'azione, valutiamo quanti fotoni passano in un secondo attraverso un foro di un centimetro quadrato posto ad un metro da una lampadina di 100 watt (*diapositiva 13*). Con semplici conti si ricava che essi sono $2,4 \cdot 10^{16}$. Non stupisce allora che a livello macroscopico non si riveli la distribuzione discreta dell'energia. Con la tecnologia moderna è possibile realizzare situazioni in cui i fotoni si possono rilevare uno a uno.

Il secondo passo è il modello dell'atomo di Bohr (*diapositiva 14*). Per superare le difficoltà del modello planetario dell'atomo, Bohr ipotizzò la quantizzazione dei sistemi materiali. Si assume cioè che non tutte le orbite possibili possano essere percorse da elettroni, ma che questi possano muoversi solo su orbite privilegiate e che in tal caso, violando l'elettromagnetismo, pur muovendosi

su orbite ellittiche, non irraggino. Questo spiega la costanza delle proprietà degli atomi: un elettrone, per legarsi ad un atomo, deve essere catturato in una di queste peculiari orbite, alle quali corrispondono definiti valori di energia, che ancora una volta risulta quantizzata. Inoltre, nessun piccolo disturbo dovuto ad interazioni con altri sistemi può alterare l'atomo, perché il suo stato può cambiare solo se uno dei suoi elettroni si riassetta su un'altra delle orbite permesse e questo avviene solo quando si fornisce all'elettrone almeno la stessa energia (finita) esistente fra le due orbite.

Questo modello riesce a spiegare anche il fatto che gli atomi emettono ed assorbono solo radiazioni di frequenze ben precise. Un atomo può emettere o assorbire radiazione elettromagnetica solo quando uno dei suoi elettroni passa da uno stato di energia ad un altro. Corrispondentemente esso emetterà un quanto, un fotone, la cui energia sarà tale da garantire la conservazione dell'energia totale. L'energia persa da un elettrone, che passa da un'orbita con energia E_2 ad una con energia minore E_1 emettendo un quanto di luce, viene trasferita al fotone la cui frequenza ν_{21} sarà data da:

$$E_2 - E_1 = h \nu_{21}$$

Se si tiene conto che solo alcuni stati di energia sono emessi, ne segue che solo alcune precise frequenze possono essere emesse o assorbite da un atomo; si spiega così la natura "a righe" degli spettri di emissione atomica (*diapositiva 15*).

Analizziamo infine l'ipotesi di de Broglie (*diapositiva 16*), che associa alla materia delle proprietà ondulatorie. A qualsiasi particella con una massa m ed una velocità v è associata un'onda di lunghezza d'onda λ :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

dove h è la costante universale di Planck. Una conseguenza importante di quest'ipotesi è il fatto che le orbite permesse secondo le regole di quantizzazione della teoria di Bohr sono solo quelle per cui la velocità dell'elettrone è tale che un numero intero di lunghezze d'onda stanno esattamente in un'orbita. Questa situazione è l'unica che consente l'instaurarsi di una situazione stazionaria, che rende conto del fatto che le proprietà degli atomi non mutano nel tempo.

Questa linea di pensiero, sostenuta da Einstein, si rivelerà molto feconda e, in meno di un anno, porterà E. Schrödinger all'elaborazione della meccanica ondulatoria (formulazione equivalente della quantistica).

La profonda crisi nella visione dei processi fisici che abbiamo presentato in precedenza trova il suo superamento un quarto di secolo dopo. Tra il 1925 ed il 1926, Heisenberg e Schrödinger giungono, indipendentemente e seguendo due linee di pensiero diverse, a formulare in modo preciso due modelli teorici che segnano la nascita della meccanica quantistica (*diapositiva 17*).

Heisenberg, concentrandosi sulla radiazione emessa dagli atomi, formula uno schema matematico noto come la meccanica delle matrici. Schrödinger, lavorando sulla natura ondulatoria dei corpuscoli, formula il modello della meccanica ondulatoria.

Ci vollero alcuni anni, affinché, grazie alle ricerche dello stesso Schrödinger e di Dirac, ci si rendesse conto e si riuscisse a dare una dimostrazione rigorosa che in realtà le due teorie così diverse non rappresentano che due modi diversi di esprimere matematicamente le stesse leggi.

Il dualismo onda-corpuscolo fornisce un'importante unificazione nella concezione della natura: ogni processo fisico coinvolge simultaneamente questi due aspetti.

CAPITOLO II - LA POLARIZZAZIONE

Le caratteristiche dei fenomeni di polarizzazione, in particolare il modo in cui gli stati di polarizzazione possono combinarsi, presentano analogie strettissime con il modo in cui si combinano in generale gli stati quantistici; di conseguenza permettono di illustrare in modo semplice e diretto i principi chiave del formalismo.

Introduciamo il fenomeno della polarizzazione con una frase di David Mermin (*diapositiva 18*). Come raffigurato nella diapositiva 19, la luce non passa attraverso due filtri polaroid con piani di polarizzazione uno perpendicolare all'altro (l'immagine della lampadina non viene riflessa infatti nel fondo della macchina fotografica). Se si introduce un altro filtro polaroid, invece parte della luce passa attraverso i tre filtri (*diapositiva 19*). E' un fatto molto sorprendente che aggiungendo un ostacolo in più possa passare più luce. Capiremo nel corso della spiegazione il motivo di questo fenomeno "quasi magico".

Ci sono parecchie analogie tra il modo in cui possono combinarsi gli stati di polarizzazione della luce e gli stati quantistici (*diapositiva 20*). Inoltre quasi tutti gli esperimenti quantistici che verranno analizzati in seguito coinvolgono le proprietà degli stati di polarizzazione dei fotoni o delle particelle elementari (per esempio lo spin) che hanno una forte analogia con le proprietà di polarizzazione del campo elettromagnetico. Per questo motivo ci pare interessante, prima di continuare la trattazione riguardante i fenomeni di meccanica quantistica, affrontare questo argomento.

Nella trattazione precedente è stato assunto implicitamente che il campo fosse polarizzato linearmente: cioè il campo elettrico, e quindi quello magnetico, oscilla in un piano.

Riprendiamo dapprima il fenomeno dell'interferenza (*diapositiva 21*). Supponiamo che una regione spaziale sia investita da due "onde elettromagnetiche". Consideriamo per semplicità solo la componente del campo elettrico. Le due onde sono rappresentate nel grafico in colore verde e blu,

mentre l'onda risultante in rosso. Si possono avere due casi rilevanti: i due campi sono "in fase" o in "opposizione di fase".

Nel primo caso significa che i due campi in precisi istanti e in un punto preciso del raggio sono entrambi nulli, crescono quando ci si sposta lungo la stessa direzione lungo il raggio. Il campo vero si ottiene sommando i due campi ed in questo caso ha intensità doppia dei due singoli campi.

I due campi sono in "opposizione di fase" quando sono traslati uno rispetto l'altro lungo la direzione del raggio esattamente di mezza lunghezza d'onda. La somma dei due campi, in questo caso risulta zero: nella regione non c'è alcun campo.

In generale i campi possono avere una qualsiasi direzione nello spazio (*diapositiva 22*). Se i due campi, di uguale lunghezza d'onda, hanno la stessa direzione ed i piani di polarizzazione sono uno perpendicolare all'altro come illustrato, la loro somma è un campo che oscilla in un piano a 45 gradi rispetto i primi due, con la stessa frequenza e polarizzazione piana.

Passiamo ora a considerare alcuni esperimenti riguardanti la polarizzazione della luce. Innanzitutto consideriamo dei filtri polaroid (*diapositiva 23*). Una sorgente naturale della luce, come il sole o i filamenti della lampadina, emette radiazioni luminose che variano nel tempo e nello spazio continuamente. Il fascio di luce non è monocromatico e non è polarizzato. Il filtro polarizzatore consente solo alla radiazione con una precisa polarizzazione piana di attraversarlo.

Consideriamo ora un fascio di luce polarizzato verticalmente che passa attraverso un secondo filtro polaroid (*diapositiva 24*). L'intensità della luce che colpisce, per esempio la macchina fotografica, dipende dal piano di polarizzazione caratteristico del secondo filtro. Si ha la massima trasmissione quando i piani di polarizzazione dei due filtri coincidono. Non si ha nessuna trasmissione se i due piani di polarizzazione sono ortogonali.

I fenomeni della polarizzazione sono riassunti nella legge di Malus che lega l'intensità della luce incidente I_0 con quella trasmessa I_T . L'angolo θ è quello tra i due piani di polarizzazione (*diapositiva 25*).

In base a questo risulta chiaro quanto affermato da Mermin e presentato nella diapositiva 19. Consideriamo due filtri polaroid con piani di polarizzazione perpendicolari: attraverso questi non può passare la luce. Se però poniamo tra questi un terzo filtro polaroid con piano di polarizzazione differente, per esempio a 45 gradi, parte della luce viene trasmessa. Infatti, supponendo il piano di polarizzazione a 45 gradi, la luce che passa attraverso il primo filtro ha polarizzazione verticale. Metà di questa luce attraversa il secondo filtro e ha polarizzazione a 45 gradi rispetto il primo filtro. Metà della luce incidente attraversa il terzo filtro e ha una polarizzazione orizzontale. In presenza di tre filtri, un quarto di luce che emerge dal primo supera i successivi filtri.

Quindi inserire un mezzo assorbente sul cammino di un raggio luminoso può favorire l'attraversamento del terzo filtro che precedentemente bloccava completamente (*diapositiva 26*). Da questo possiamo dedurre che i filtri polaroid non sono come lenti fumè che filtrano la luce in modo passivo.

Consideriamo ora i cristalli birifrangenti (*diapositiva 27*). Come i filtri polaroid hanno una particolare struttura cristallina che influenza la propagazione della luce al loro interno secondo modalità che dipendono dalla direzione di propagazione e dalla polarizzazione del fascio luminoso. Se il raggio luminoso incidente è polarizzato verticalmente esso prosegue indisturbato e conserva la propria polarizzazione (*diapositiva 28*). Se è polarizzato orizzontalmente viene deflesso verso l'alto all'interno del cristallo e il raggio uscente è parallelo al raggio incidente. Lo spostamento dipende dallo spessore del cristallo.

Se il raggio ha una polarizzazione differente, per esempio 45 gradi, il raggio si suddivide in due raggi che hanno polarizzazione verticale e orizzontale. Il primo prosegue indisturbato, il secondo viene deflesso secondo quanto visto nel secondo caso.

I cristalli birifrangenti, come i filtri polaroid, agiscono attivamente sulla luce (*diapositiva 29*). A differenza dei filtri polarizzatori conservano tutte le componenti della luce incidente.

CAPITOLO III - QUANTI, EVENTI ALEATORI, INDETERMINISMO

Nel terzo capitolo, descrivendo fenomeni fisici che riguardano la luce e fenomeni fisici che interessano le particelle materiali, si sottolinea l'aspetto fondamentalmente aleatorio dei processi fisici e la loro duplice natura corpuscolare e ondulatoria (*diapositiva 30*).

In primo luogo rivediamo i fenomeni di polarizzazione, di diffrazione e interferenza della luce, tenendo conto della natura corpuscolare della radiazione: i fotoni.

Un fotone può attraversare o non attraversare un filtro polarizzatore. In particolare se il fotone è in uno stato di polarizzazione parallelo a quello del polarizzatore, esso è rilevabile da un rivelatore posto dopo il filtro. Se invece è polarizzato ortogonalmente nessun fotone può essere rilevato.

Fino a questo punto non si hanno differenze rispetto al considerare la luce nella sua natura ondulatoria.

Se il fotone è in uno stato di polarizzazione di 45° rispetto al filtro, avrà una possibilità su due di attraversare oppure di non attraversare il polarizzatore. Ossia, se si considerano tanti fotoni, metà attraverseranno il filtro e metà non lo attraverseranno, in accordo con la legge di Malus. Si mette così in evidenza la natura aleatoria dei processi che interessano i fotoni, natura resa ancora più evidente quando si tenta di descrivere i fenomeni di diffrazioni e interferenza della luce da un punto di vista corpuscolare.

La tipica figura di diffrazione e di interferenza va costituendosi nel tempo per l'apporto di molti fotoni, che, uno per uno, vanno a sistemarsi sullo schermo concentrandosi maggiormente dove l'intensità luminosa risulta maggiore. È interessante sottolineare che nessuna caratteristica distingue, prima degli esperimenti di interferenza o di diffrazione, i fotoni che finiranno in un punto dello schermo piuttosto che in un altro (*diapositive da 31 a 36*).

In secondo luogo descriviamo fenomeni di diffrazione e interferenza che interessano particelle materiali. Ad ogni particella materiale può essere infatti associata, secondo l'ipotesi di De Broglie un'onda di materia.

Si sottolinea il duplice aspetto ondulatorio e corpuscolare dei processi fisici e ancora una volta la loro natura fondamentale aleatoria. Si considera, a questo proposito, l'emergere della figura di interferenza su una lastra fotografica posta dietro uno schermo con due fenditure investito da un fascio di elettroni. Ogni elettrone passerà da una fenditura o dall'altra (natura corpuscolare), e colpirà lo schermo in un punto ben preciso. I processi dovuti ai successivi impatti di molti elettroni (natura aleatoria dei processi) formeranno la figura di interferenza. È come se ogni elettrone si comportasse come un'onda (natura ondulatoria), se così non fosse non si osserverebbero le tipiche frange dell'interferenza ma solo due campane, ognuna in corrispondenza di una fenditura (*diapositive 37 e 38*).

Si introduce il concetto non classico di spin, in analogia con il momento angolare e sottolineandone le differenze. Lo spin è una grandezza quantizzata sia in modulo che in orientazione (*diapositiva 39*). Il valore assoluto dello spin è una caratteristica invariabile e tipica di ogni particella. L'elettrone ha per esempio spin uguale ad $\frac{1}{2}$. Esistono per l'elettrone solo due modi in cui lo spin può orientarsi rispetto ad una direzione prefissata (*diapositiva 40*).

Lo spin per una particella materiale risulta essere l'analogo della polarizzazione per la luce, come può essere sperimentalmente osservato con l'apparato di Stern-Gerlach (*diapositive dal 41 al 43*).

Ancora una volta si sottolinea la natura fondamentale aleatoria dei processi fisici: un elettrone con spin nella direzione x, che passa attraverso un apparato di Stern-Gerlach con campo magnetico orientato nella direzione z, ha ugual probabilità di essere deflesso verso l'alto o verso il basso.

Alla luce degli esperimenti descritti, Ghirardi spiega in dettaglio cosa si intende per probabilità quantistica.

Un evento può dirsi casuale se ad esso può essere associata una probabilità di verificarsi, se nessuna regolarità è identificata nella successione degli eventi, se non è possibile conoscere a priori l'esito di un evento. Nella teoria quantistica l'impossibilità di conoscere l'esito non è dovuta all'ignoranza, in quanto in teoria quantistica l'informazione più completa che si può avere del sistema fisico è il vettore di stato che dà precise informazioni probabilistiche circa gli esiti di un fenomeno fisico. Si

dice a questo proposito che la teoria quantistica è completa e la probabilità quantistica è non epistemica (*diapositiva 44*).

La probabilità quantistica differisce da quella classica che è epistemica. Secondo la fisica classica l'impossibilità di conoscere a priori un evento è dovuta alla nostra ignoranza dello stato reale del sistema, o perché è troppo complesso (Laplace) o perché è estremamente sensibile alle condizioni iniziali (Poincarè- caos deterministico) (*diapositive 45 e 46*).

Infine presentiamo il principio di indeterminazione di Heisenberg come diretta ed inevitabile conseguenza della peculiare duplice natura corpuscolare e ondulatoria dei processi fisici, sottolineando la non epistemicità delle imprecisioni nella misura di grandezze incompatibili. Si avvale, ancora una volta, di esempi sperimentali che chiamano in causa il fenomeno della diffrazione (*diapositive 47 e 48*).

Il capitolo si conclude con una critica alla teoria della complementarità di Bohr, una teoria filosofica e non fisica, che, secondo John Stewart Bell, piuttosto che mettere in evidenza la duplice natura dei processi fisici e la loro complementarità, sottolinea la contraddittorietà degli aspetti della realtà (*diapositiva 49*).

CAPITOLO IV - IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

Analizziamo il principio di sovrapposizione della meccanica quantistica, che presenta aspetti caratteristici e sorprendenti (*diapositiva 50*).

A tal fine ricorriamo ad esperimenti con i cristalli birifrangenti (*diapositiva 51*). Questi cristalli hanno la particolarità che se attraversati da raggi luminosi si comportano in modo differente a seconda della loro polarizzazione: lasciano passare immutati i raggi luminosi (e quindi i fotoni) polarizzati in una determinata direzione (ad es. verticale), mentre provocano una doppia deflessione (una in entrata e una in uscita) dei raggi polarizzati nella direzione ortogonale (ad es. orizzontale), in modo tale che il raggio uscente risulta traslato rispetto a quello incidente. Parliamo di raggio ordinario (O) nel primo caso e di raggio straordinario (S) nel secondo.

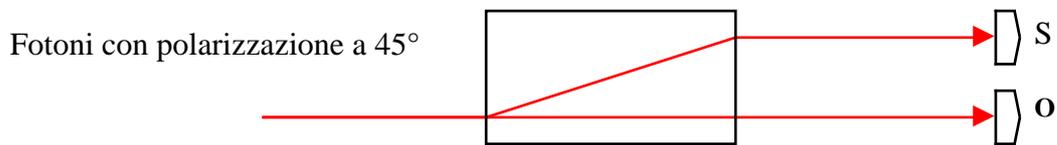
Prima di arrivare all'esperimento cruciale, si procede con una serie di esperimenti preparatori più semplici, che danno un risultato *prevedibile* ma che hanno la funzione di guidare l'analisi delle osservazioni.

Consideriamo un fascio di fotoni polarizzati sufficientemente debole così che essi attraversino il cristallo birifrangente uno per volta e disponiamo opportunamente dei rivelatori. A seconda della polarizzazione si avranno i seguenti risultati:

1.1) polarizzazione verticale \Rightarrow i fotoni vengono registrati tutti dal rivelatore O posto lungo il raggio ordinario (*diapositiva 52*);

1.2) polarizzazione orizzontale \Rightarrow i fotoni vengono registrati tutti dal rivelatore S posto lungo il raggio straordinario (*diapositiva 52*);

1.3) polarizzazione a 45° \Rightarrow i fotoni vengono registrati nella metà dei casi dal rivelatore O e nell'altra metà dal rivelatore S, secondo una successione del tutto casuale (*diapositiva 53*).



A questo punto si può ripetere l'ultimo esperimento ponendo uno schermo assorbente lungo l'uno o l'altro dei cammini (O) e (S) o lungo entrambi. Si nota che essi intercettano tutti i fotoni destinati al rivelatore corrispondente, che rimane inattivo.

Si svolgono ora nuovi esperimenti utilizzando anche un altro cristallo birifrangente, identico al primo ma rovesciato, in modo da invertire la deviazione del raggio straordinario. Per maggiore controllo poniamo davanti al rivelatore un filtro polarizzatore, con piano di polarizzazione di volta in volta parallelo a quella dei fotoni (*diapositiva 54*).

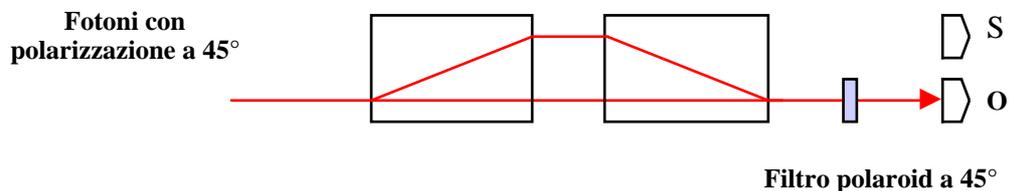
A seconda di tale polarizzazione si avranno i seguenti risultati:

2.1) polarizzazione verticale \Rightarrow i fotoni vengono registrati tutti dal rivelatore O ;

2.2) polarizzazione orizzontale \Rightarrow i fotoni vengono registrati tutti dal rivelatore O;

Siamo infine giunti all'esperimento chiave (*diapositiva 55*):

2.3) polarizzazione a 45° \Rightarrow i fotoni vengono registrati tutti dal rivelatore O.



L'aspetto sorprendente dell'esperimento sta nel fatto i fotoni che giungono al filtro sono di due tipi, quelli con polarizzazione verticale, che si sono mossi in linea retta, e quelli con polarizzazione orizzontale, che hanno subito due deflessioni. Sappiamo che entrambi hanno probabilità $\frac{1}{2}$ di oltrepassare il filtro a 45° . Dunque ci aspettiamo che la metà dei fotoni totali arrivi al rivelatore O. Invece l'esperimento ci dice che tutti i fotoni raggiungono il rivelatore!

Affrontiamo allora il problema di capire il cammino seguito dai singoli fotoni.

Se ciascuno di essi seguisse uno solo dei due cammini (ordinario e straordinario), come abbiamo visto avrebbero una probabilità del 50% di non arrivare al rivelatore, ma questo non avviene.

Se ciascuno di essi seguisse entrambi i cammini, si “spezzerebbero” in due parti, e questo non è stato mai rivelato dai precedenti esperimenti.

Se essi non seguissero nessuno dei due cammini visti, ma percorressero altre traiettorie, non si capirebbe perché gli schermi assorbenti usati in precedenza bloccano i fotoni.

Le tre ipotesi, pur esaurendo le possibilità logiche, sono dunque insoddisfacenti! (*diapositiva 56*).

La meccanica quantistica non risponde alla domanda di quale cammino percorre ogni fotone (*diapositiva 57*).

La teoria quantistica afferma che ogni fotone dell’esperimento sta nella *sovrapposizione del trovarsi lungo il cammino ordinario e lungo il cammino straordinario*, che in notazione di Dirac si indica $|\mathbf{O}\rangle + |\mathbf{S}\rangle$.

Quest’affermazione è distinta da tutte e tre le affermazioni: “ogni fotone si trova sul cammino O o sul cammino S”, “ogni fotone si trova su entrambi i cammini”, “ogni fotone si trova altrove”.

Anche se il concetto di sovrapposizione del trovarsi lungo il cammino ordinario e lungo il cammino straordinario può sembrare oscuro a livello concettuale, tuttavia esso si presta bene a essere matematizzato ed è su di esso che si può operare in modo formale in meccanica quantistica. In questo senso si rivela dunque un concetto estremamente efficace (*diapositiva 58*).

Si noti che mediante l’esperimento svolto tutto quello che possiamo direttamente verificare è solo il rivelatore che registra il fotone. Ogni deduzione, a partire da questo fatto, su quale sia il cammino del fotone risulta dunque arbitraria e legata alla nostra visione macroscopica della realtà. A livello microscopico evidentemente il comportamento è diverso.

Possiamo riprendere l’esperimento 1 e considerare la funzione d’onda corrispondenti ai due cammini S e O.

Ricordiamo che la **funzione d’onda** Ψ è una funzione a valori complessi il cui modulo elevato al quadrato $|\Psi|^2$ fornisce la densità di probabilità che il sistema si trovi in una certa condizione.

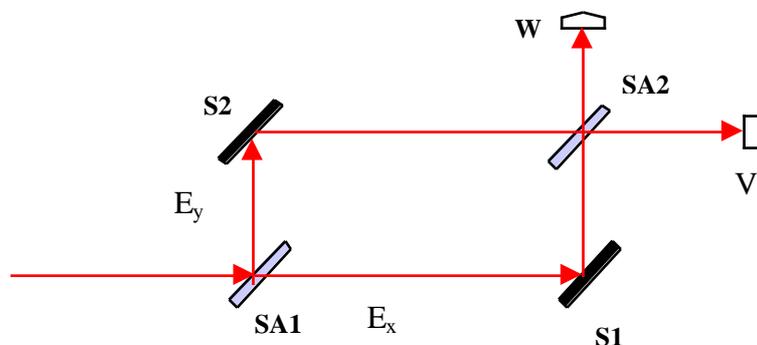
Nel caso 1.1 la funzione $|\Psi|^2$ è concentrata in corrispondenza di O (cioè la probabilità che il fotone si trovi in O è uguale a 1), nel caso 1.2 è concentrata in corrispondenza di S, nel caso 1.3 è invece ugualmente suddivisa intorno a O e a S (per ciascun cammino la probabilità è $\frac{1}{2}$) e si ottiene

sommando le due precedenti e moltiplicando per $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (normalizzazione).

Un altro esperimento utile per studiare il principio di sovrapposizione è l’interferometro di Mach-Zender (*diapositive da 59 a 62*).

Consideriamo un fascio di fotoni che incide su di uno specchio semiargentato con un angolo di 45° . Sperimentalmente si osserva che la metà dei fotoni attraversa lo specchio mantenendo la direzione, l'altra metà viene riflessa, subendo una deflessione di 90° e un ritardo di fase di un quarto di lunghezza d'onda.

L'interferometro di Mach-Zender è costituito da due specchi semiriflettenti (semiargentati) SA1 e SA2 e da due specchi argentati S1 e S2, che riflettono completamente la luce. Il fascio incidente si suddivide dopo l'incontro con SA1 nel campo E_x , che procede rettilineo, e nel campo E_y , che viene riflesso subendo un ritardo di fase $\lambda/4$. Il campo E_x viene poi riflesso da S1 e raggiunge SA2 dove o prosegue verso W, o viene deflesso in V con un ritardo di fase $\lambda/4$. Il campo E_y raggiunge SA2 dove o prosegue verso V, o viene deflesso in W con un ulteriore ritardo di fase (è così in ritardo di mezza lunghezza d'onda).



Risulta quindi che da SA2 escono due campi in fase diretti verso V e due campi in discordanza di fase, che quindi si annullano, diretti verso W. Il risultato è che il rivelatore W non segnalerà fotoni, mentre essi verranno tutti segnalati dal rivelatore V.

Se togliamo lo specchio SA2, allora metà dei fotoni giungerà in V e metà in W, ciascuno seguendo un particolare cammino.

Supponiamo che il fascio sia molto debole e che possiamo decidere di togliere o meno lo specchio SA2 *dopo* che un singolo fotone ha oltrepassato SA1. Se leviamo lo specchio il fotone seguirà un cammino tra i due possibili, altrimenti il fotone “percorrerà entrambi i cammini” e “interferirà” con se stesso finendo necessariamente nel rivelatore V.

Tuttavia il fotone *dovrebbe* aver già fatto la scelta di come comportarsi (cioè se seguire uno o entrambi i cammini) da quando ha raggiunto SA1!

Questo aspetto contraddittorio rivelato dall'esperimento (si parla di esperimento a scelta ritardata) resta misterioso. Come nell'esperimento precedente 2.3 risulta problematico interpretare il cammino percorso.

Poniamo ora l'attenzione sulla struttura concettuale della teoria quantistica, analizzando i diversi stadi con cui essa studia i processi fisici (*diapositive da 63 a 65*).

1) **La preparazione del sistema:** con opportuni strumenti si determina lo stato quantistico iniziale ($t = 0$) del sistema studiato. Esso è matematicamente descritto dalla **funzione d'onda** Ψ . Indicheremo sinteticamente con $|\Psi, 0\rangle$ lo stato iniziale.

Come esempio possiamo pensare a un fascio di fotoni polarizzato grazie ad un filtro.

2) **L'evoluzione temporale del sistema:** a partire da $|\Psi, 0\rangle$ si ricava in modo matematico e rigidamente *deterministico*, grazie all'equazione di Schrödinger, lo stato $|\Psi, t\rangle$ al tempo t . Naturalmente nella pratica questo può essere un processo complicato e praticamente impossibile da risolvere, tuttavia la soluzione esiste ed è unica.

L'evoluzione avviene inoltre in **modo lineare**, cioè preserva le sovrapposizioni. Questo significa che se due sistemi si evolvono nel modo seguente:

$$|\Psi, 0\rangle \Rightarrow |\Psi, t\rangle \quad \text{e} \quad |\Phi, 0\rangle \Rightarrow |\Phi, t\rangle$$

allora la loro sovrapposizione si evolverà così:

$$a|\Psi, 0\rangle + b|\Phi, 0\rangle \Rightarrow a|\Psi, t\rangle + b|\Phi, t\rangle.$$

E' per questo che nell'esperimento 2.3 si è parlato di sovrapposizione di stati $|\mathbf{O}\rangle + |\mathbf{S}\rangle$.

3) **Le previsioni future:** dalla conoscenza di $|\Psi, t\rangle$ si può ricavare la probabilità di ottenere uno degli esiti possibili che sono osservabili sperimentalmente. Si tratta di un valore **aleatorio**, a meno che la probabilità non sia uguale ad 1.

Quindi la **natura aleatoria** della teoria non deriva dalle leggi di evoluzione, ma dalla relazione che c'è tra gli enti matematici (funzione d'onda) e gli esiti delle misure.

Risulta inoltre possibile descrivere ogni stato come combinazione di stati in cui l'osservabile assume valore preciso.

Ad esempio se pensiamo a un fotone polarizzato, il suo stato $|\mathbf{P}\rangle$ è esprimibile come

$$|\mathbf{P}\rangle = \cos \theta |\mathbf{Q}\rangle + \sin \theta |\mathbf{R}\rangle$$

dove $|\mathbf{Q}\rangle$ indica la polarizzazione lungo un determinato asse \mathbf{Q} , $|\mathbf{R}\rangle$ la polarizzazione lungo l'asse \mathbf{R} ortogonale a \mathbf{Q} , e θ è l'angolo tra \mathbf{Q} e la direzione di polarizzazione del fotone.

Se $|\mathbf{P}\rangle = |\mathbf{Q}\rangle$ ($\theta = 0$), la probabilità che esso passi un filtro avente direzione \mathbf{Q} è uguale a 1 (evento certo). Altrimenti è uguale a $\cos^2 \theta$.

C'è un forte legame della teoria con le misure. La teoria infatti prevede, in senso probabilistico, i possibili esiti delle misure. In ragione di questo Einstein, Schrödinger e Bell hanno affermato che

la teoria quantistica parla solo di “ciò che troveremo se eseguiamo una misura” e non di “ciò che esiste là fuori”.

Il fatto che la teoria si orienti sui possibili esiti delle misure a scapito invece di quello che accade durante il processo fisico (che rimane in certa misura oscuro) è stato efficacemente illustrato da Wheeler con l’immagine di un *drago nebuloso*, di cui si vedono bene la coda e la testa, ma il cui corpo è nascosto (*diapositiva 66*). Ugualmente la fisica quantistica riesce ad esempio, come abbiamo visto, a conoscere la situazione iniziale di un fotone e a scoprire in quale rivelatore va a finire, ma il cammino che ha percorso rimane assolutamente misterioso.

A tal proposito (*diapositiva 67*), ci piace concludere con questa significativa frase del premio Nobel R. P. Feynman: “...mi sento di poter affermare con sicurezza che nessuno ha mai capito la meccanica quantistica”.