

La fenomenologia dei quanti di luce e la struttura concettuale della teoria quantistica

Un approfondimento tratto da:
G. C. Ghirardi, *Un'occhiata alle carte di Dio.*
Gli interrogativi che la scienza moderna pone all'uomo
Il Saggiatore, Milano 1997, capitoli 1-4

Floridi Milena
Marinoni Corrado
Rossi Claudia
Ursella Clara

CAPITOLO I

IL CROLLO DELLA VISIONE “CLASSICA” DEL MONDO

Cosa si intende per
“classica”?

```
graph TD; A[Cosa si intende per "classica"?] --> B[MECCANICA CLASSICA]; A --> C[ELETTROMAGNETISMO];
```

MECCANICA CLASSICA

tratta del movimento dei corpi materiali come determinato dalle forze che agiscono su di essi, che si manifestano quali attrazioni o repulsioni mutue tra particelle

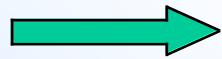
ELETTROMAGNETISMO

tratta dei fenomeni elettrici e magnetici basandosi sul concetto di campo elettromagnetico

Con questo apparato teorico

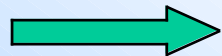
non

si riescono a spiegare alcuni fondamentali fenomeni fisici



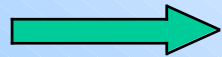
**LA DIPENDENZA DALLA TEMPERATURA DEL COLORE
DEGLI OGGETTI**

ad esempio una sbarra di ferro riscaldata che emette calore cambiando colore



GLI ATOMI E LE LORO PROPRIETA'

in qualunque modo un atomo di una certa sostanza venga prodotto, esibisce sempre le stesse caratteristiche che ne determinano in modo univoco il comportamento nei processi chimici e fisici cui prende parte

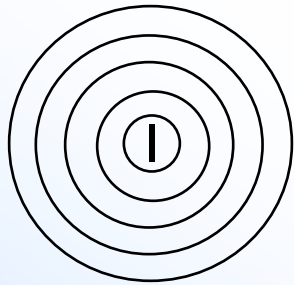


STABILITA' DEGLI ATOMI

secondo le leggi dell'elettromagnetismo, le cariche soggette ad un moto di traiettoria ellittica devono irraggiare, quindi perdendo energia ben presto le loro orbite dovrebbero collassare sul nucleo

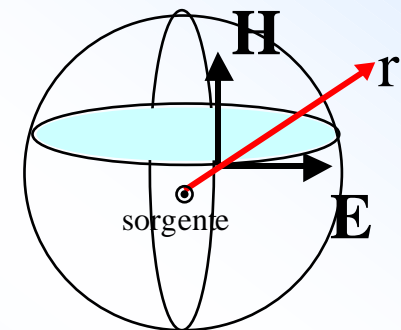
I FENOMENI ONDULATORI

Consideriamo una **carica elettrica che si muove** di moto **periodico** lungo un certo segmento
(trattino nero verticale in figura)



La carica irraggerà onde elettromagnetiche nello spazio aventi la sua stessa frequenza di oscillazione.

Un'onda elettromagnetica consiste di due vettori campo, quello elettrico **E** e quello magnetico **H**, **mutuamente perpendicolari e perpendicolari alla direzione di propagazione (freccia rossa nella figura).**



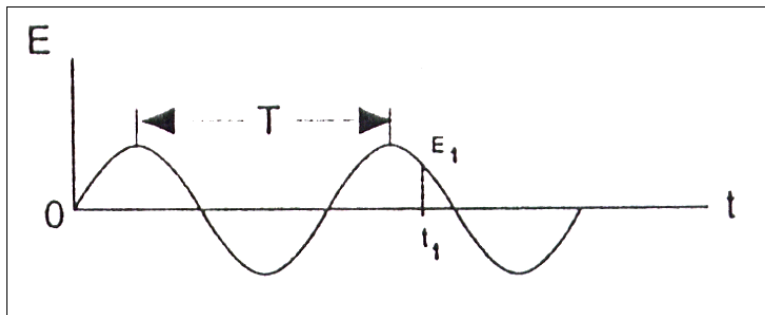
Nel **vuoto** le onde elettromagnetiche si propagano alla velocità della luce:

$$c \approx 300000000 \text{ m/s}$$

IL CAMPO ELETTRICO



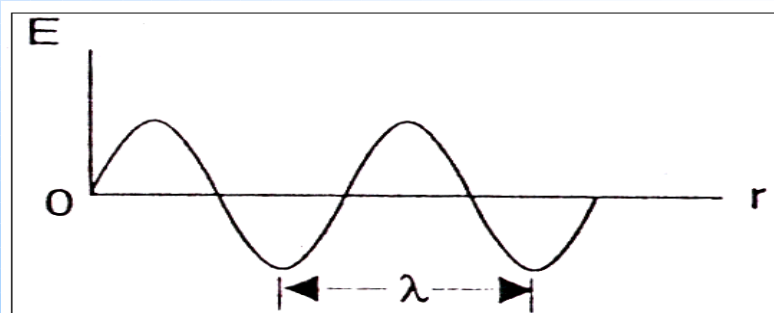
Intensità e verso di \mathbf{E} in un certo punto dello spazio in funzione del tempo t :



si può ricavare il periodo T e quindi la frequenza ν di oscillazione (uguale a quella della carica che lo genera)



Intensità e verso di \mathbf{E} in un certo istante in funzione della posizione \mathbf{r} :

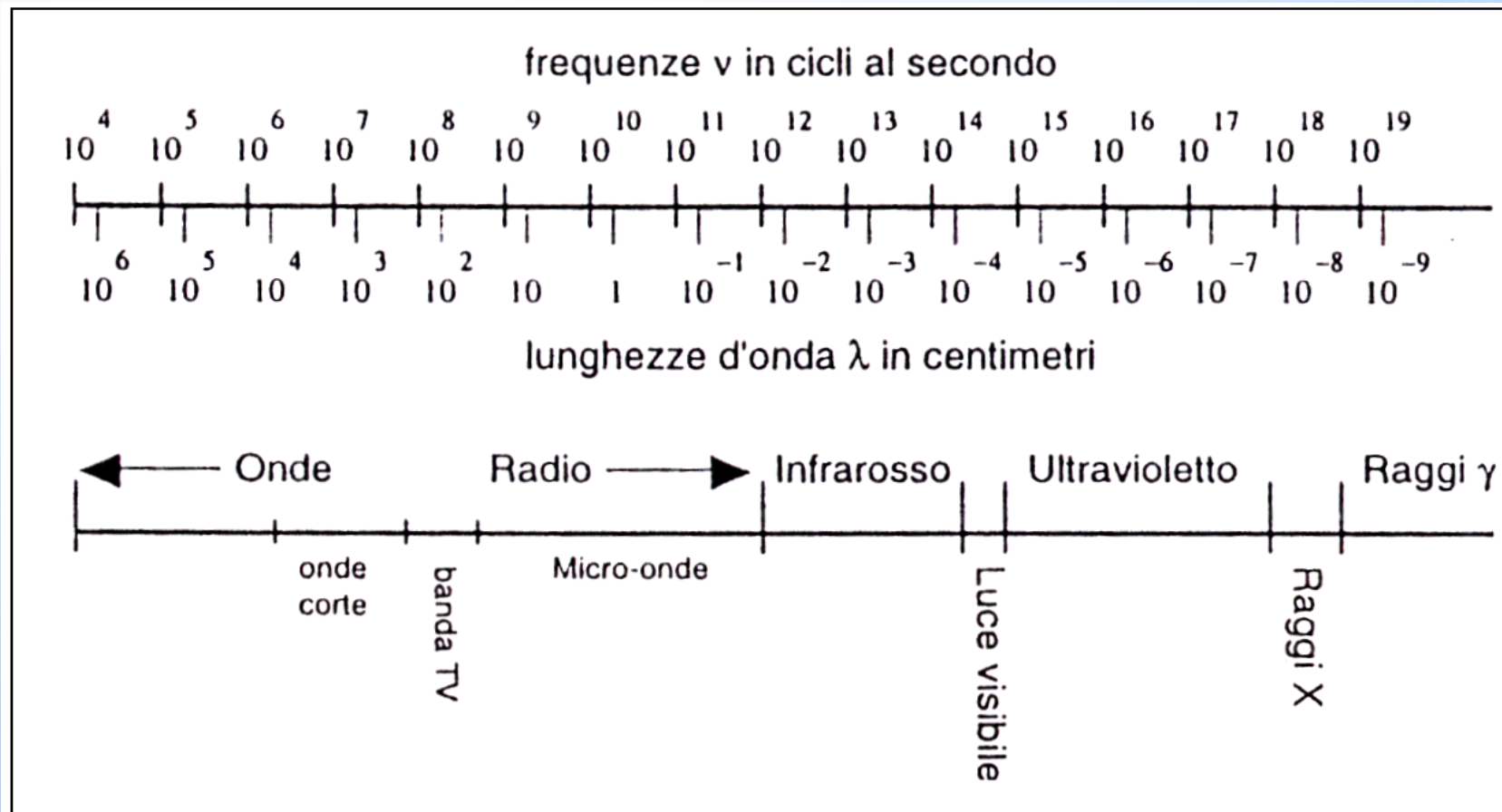


si può ricavare la lunghezza d'onda λ



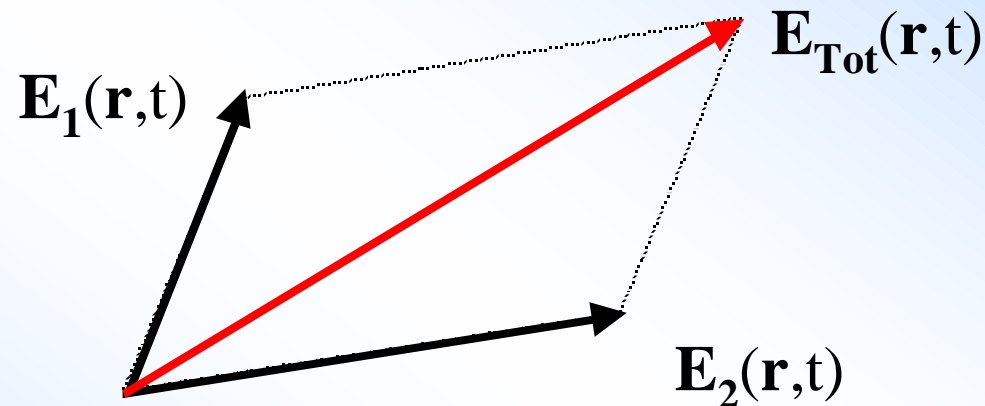
$$c = \lambda \nu$$

Classificazione delle radiazioni secondo la loro frequenza:
lo spettro elettromagnetico



PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

Se una regione di spazio è interessata da due (o più) onde i loro effetti si sommano **vettorialmente**



$\mathbf{E}_1(\mathbf{r},t)$ ed $\mathbf{E}_2(\mathbf{r},t)$ sono i due campi associati alle due onde, in ogni istante t ed in ogni punto \mathbf{r} dello spazio il campo risultante si ottiene come somma vettoriale dei due campi considerati:

$$\mathbf{E}_{\text{Tot}}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r},t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r},t)$$

Un'onda elettromagnetica trasporta **ENERGIA**

La **densità di energia**, in un certo istante ed in determinato punto dello spazio, è **proporzionale alla somma dei quadrati del campo elettrico e del campo magnetico** in quel punto e in quell'istante

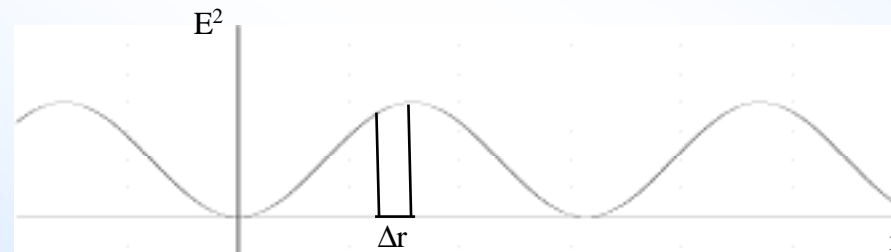
Nel vuoto **E** ed **H** hanno la stessa intensità



in un certo istante

l'energia elettromagnetica per un volume V
è proporzionale al prodotto di E^2 per V

L'energia si calcola facendo
 l'integrale del quadrato del campo
 nel volume considerato.



*Si noti che l'energia, pur variando da punto a punto,
 è distribuita con continuità nello spazio*

Analizziamo due fenomeni ondulatori:

DIFFRAZIONE

fenomeno che vede un'onda aggirare ostacoli, poiché ogni punto della perturbazione ondosa diventa esso stesso origine di nuove onde (principio di Huygens).

INTERFERENZA

effetto prodotto dalla sovrapposizione di due o più treni d'onda che si propagano simultaneamente nella stessa regione di spazio

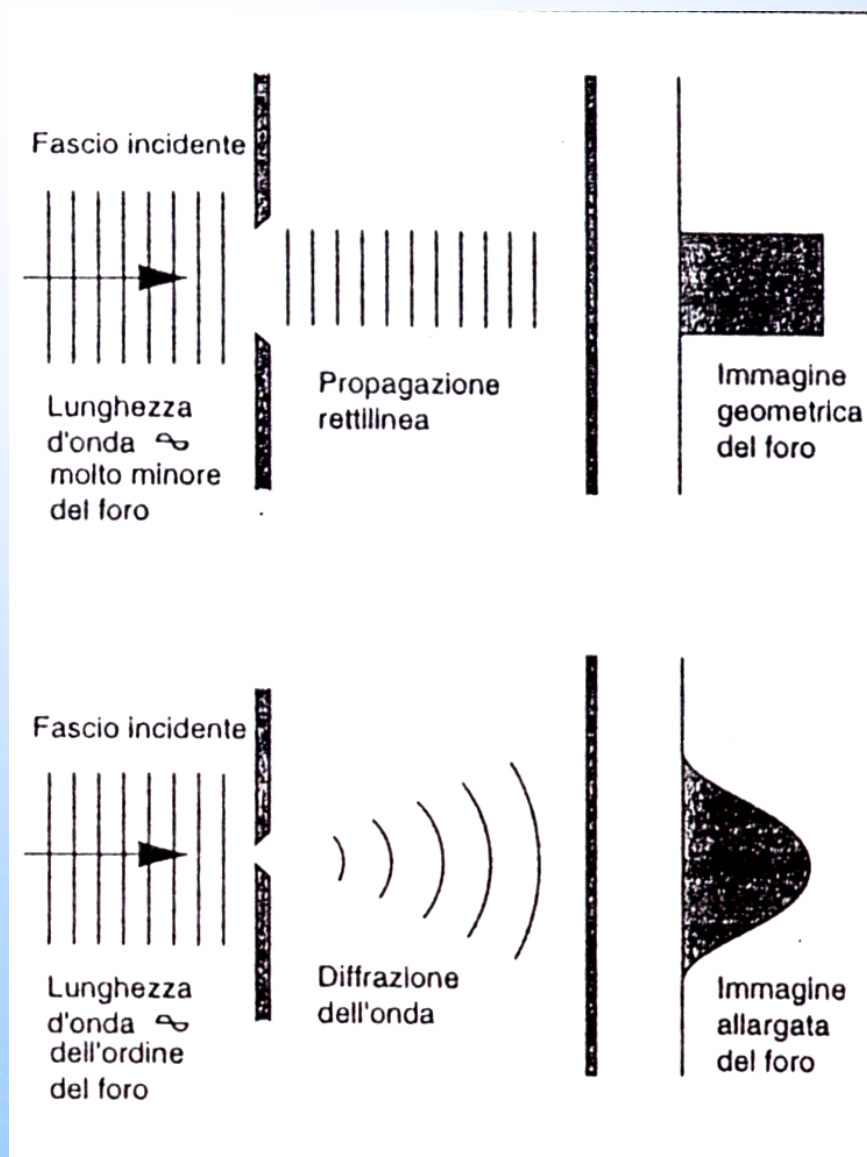
INTERFERENZA COSTRUTTIVA: le onde si rafforzano a vicenda

INTERFERENZA DISTRUTTIVA: le onde si elidono a vicenda

con riferimento ai fenomeni luminosi

DIFFRAZIONE DELLA LUCE

Crollo della visione classica

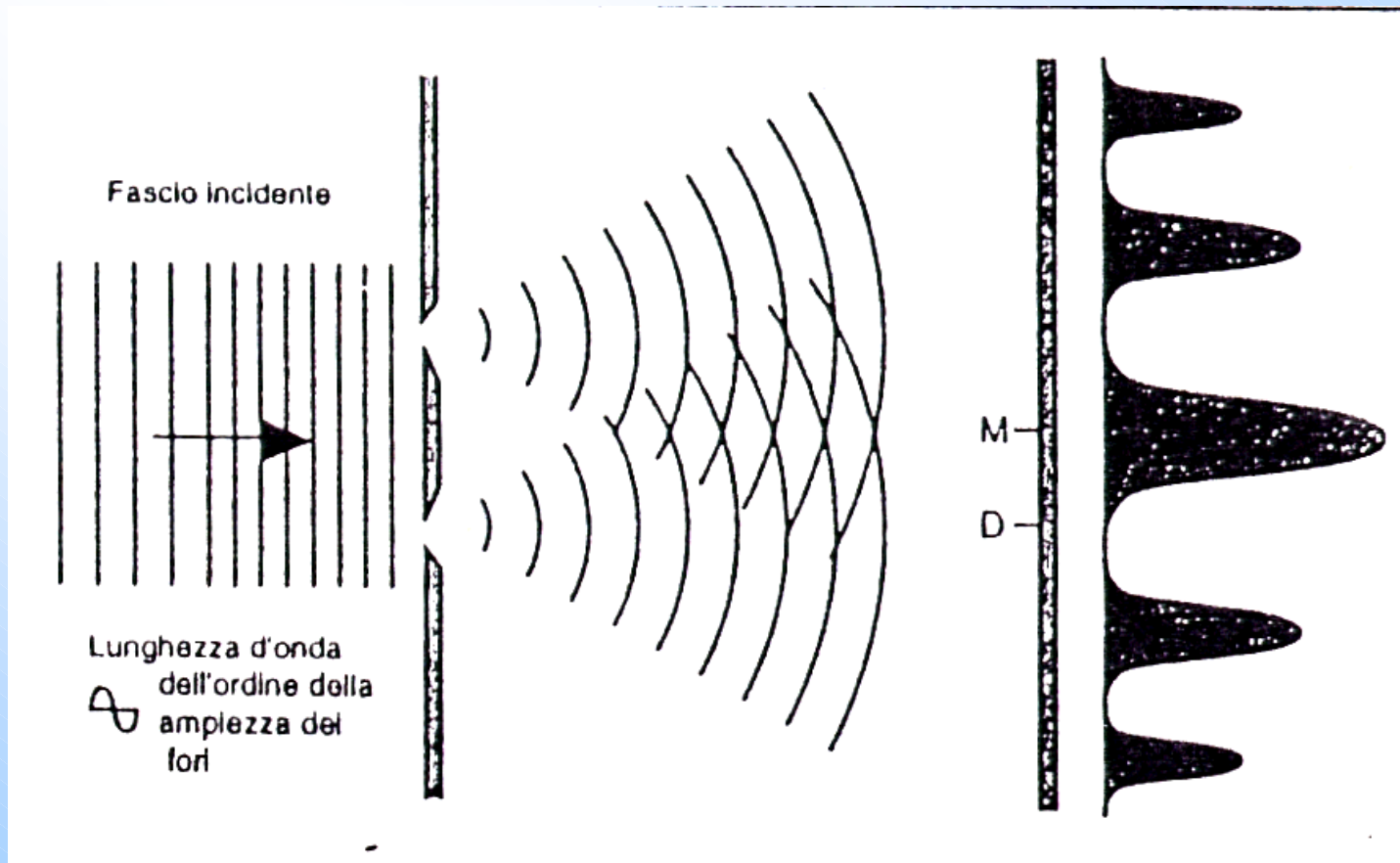


Se la lunghezza d'onda dell'onda luminosa è molto più piccola degli ostacoli che incontra la propagazione è governata dalle leggi dell'ottica geometrica: le traiettorie dei raggi luminosi sono rettilinee

Se gli ostacoli hanno una dimensione paragonabile a quella della lunghezza d'onda intervengono i fenomeni di diffrazione. Ad esempio, l'immagine di un foro si allarga.

INTERFERENZA

Le due onde che si generano dai due fori interferiscono nella regione dello schermo. In alcuni punti, come M, i contributi delle due onde si sommano rafforzandosi a vicenda, mentre in altri, come D, si sottraggono annullandosi.



L'ampiezza delle frange nere rappresenta la densità di energia.

IPOSTESI DI PLANCK

Gli scambi di energia tra radiazione e materia avvengono non in modo continuo ma discreto

Un campo di frequenza ν può scambiare **energia** con la materia solo per quanti discreti, **multipli della quantità $h\nu$**

dove h è una costante universale detta **costante di Planck**

$$h=6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}.$$

Einstein applica un'ipotesi simile per spiegare l'effetto fotoelettrico (1905)

ed ipotizza che

la quantizzazione sia una proprietà fondamentale della radiazione elettromagnetica.

Calcoliamo...

ESEMPIO

Valutiamo quanti **fotoni** in un secondo attraversano un foro di 1 cm^2 posto ad 1 m da una lampadina da 100 watt , (trascurando per semplicità l'emissione elettromagnetica sotto forma di calore).

Supponiamo che la lampadina emetta con una frequenza del visibile $\nu = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

In un secondo irraggia 100 Joule .

Poiché un fotone porta un'energia pari a

$$h\nu = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} \text{ J} = 3,313 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

si avrà che il numero di fotoni che investono, in un secondo, la sfera di raggio un metro (e centro nella lampadina) sarà uguale al rapporto tra l'energia totale emessa e quella portata da ogni fotone, vale a dire $3 \cdot 10^{20}$.

Tale sfera ha una superficie di $4\pi r^2$, cioè pari a $12,56 \cdot 10^4 \text{ cm}^2$;
allora il numero di fotoni che attraversano un foro di 1 cm^2 è:

$$2,4 \cdot 10^{15}$$

ATOMO DI BOHR

Bohr ipotizzò la quantizzazione delle energie atomiche:

non tutte le orbite possibili possono essere percorse da elettroni,
ma questi possono muoversi solo su orbite privilegiate
non irraggiando.

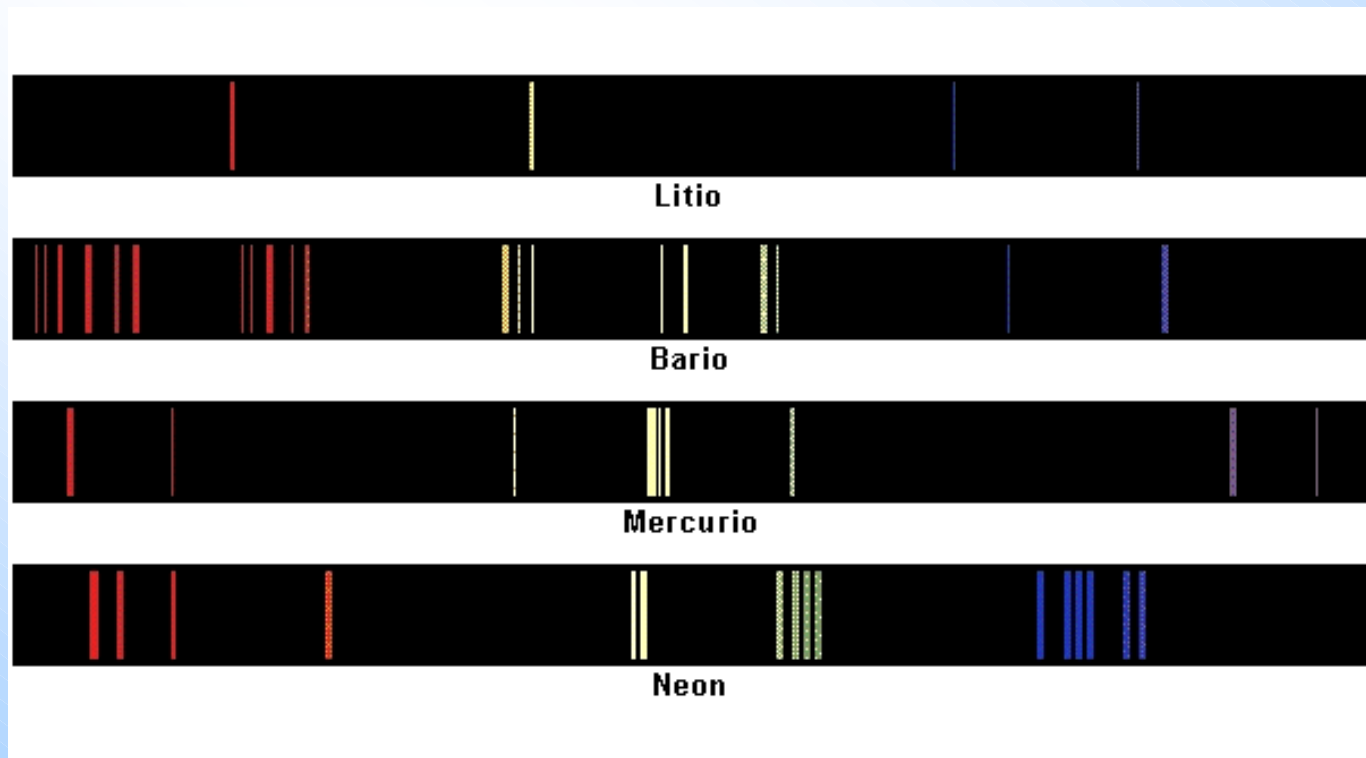
A queste orbite corrispondono definiti valori di energia.

Questo modello riesce a spiegare anche il fatto
che gli atomi emettono ed assorbono
solo radiazioni di frequenze ben precise.

SPETTRI DI EMISSIONE ATOMICA

L'energia persa da un elettrone, che passa da un'orbita con energia E_2 ad una con energia minore E_1 emettendo un quanto di luce, viene trasferita al fotone la cui frequenza ν_{21} sarà data da:

$$E_2 - E_1 = h \nu_{21}$$



Se si tiene conto che solo alcuni stati di energia sono ammessi, ne segue che solo alcune precise frequenze possono essere emesse o assorbite da un atomo.

IPOTESI DI DE BROGLIE

Anche la materia possiede delle proprietà ondulatorie.

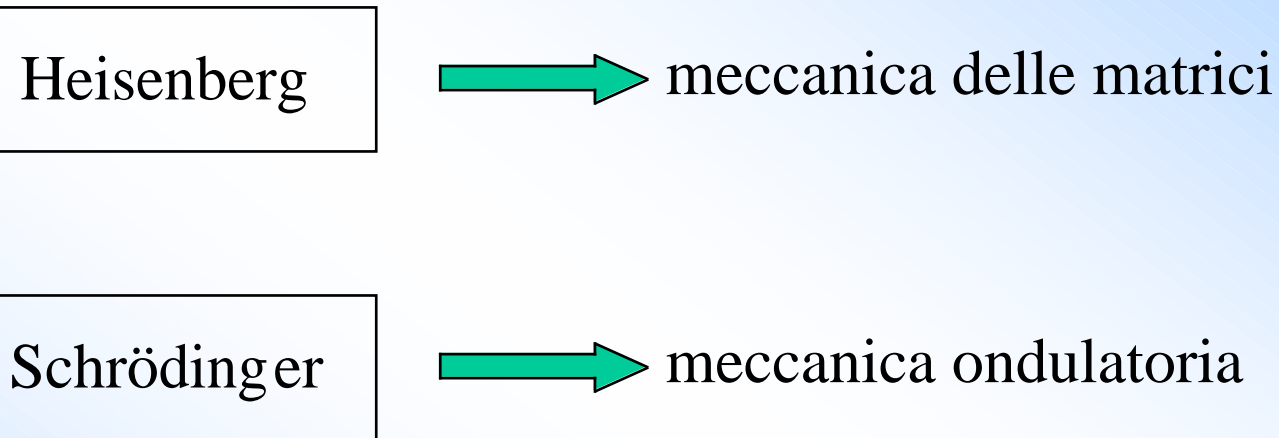
A qualsiasi particella con una massa m ed una velocità v è associata un'onda di lunghezza d'onda λ :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

dove h è la costante universale di Planck. .

In questo modo le uniche orbite possibili per un elettrone che si muove a velocità v sono quelle che assumono una **configurazione stazionaria**, cioè sono tali che un numero intero di lunghezze d'onda stanno esattamente nella lunghezza di un'orbita.

DUE TEORIE DIVERSE?



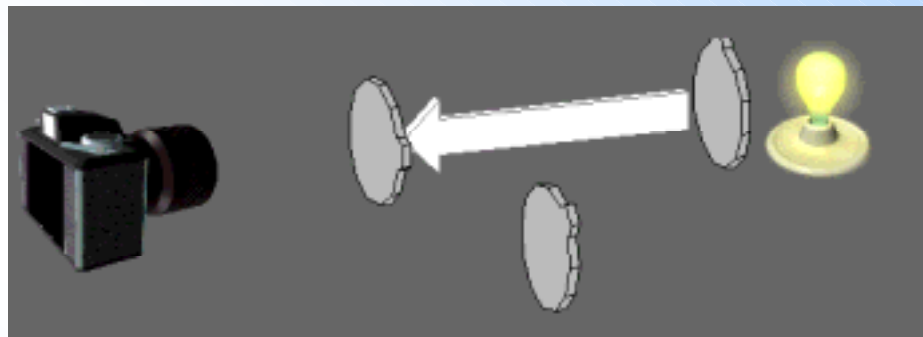
Grazie alle ricerche dello **stesso Schrödinger** e di **Dirac**
si è dimostrato
che in realtà le due teorie così diverse non rappresentano che
due modi equivalenti
di esprimere matematicamente le stesse leggi.

CAPITOLO II

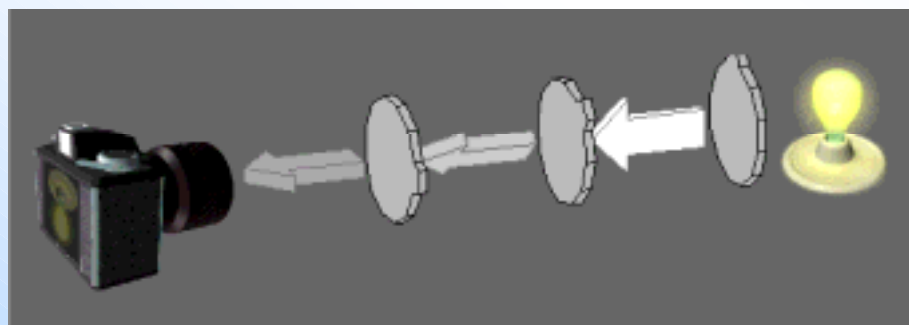
LA POLARIZZAZIONE DELLA LUCE

David Mermin

“Un effetto particolarmente drammatico emerge quando si guarda una sorgente luminosa attraverso un sandwich di tre filtri polaroid...”



... aggiungendo un ostacolo si riesce a far passare più luce”



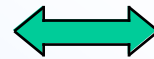
PERCHÈ CI INTERESSA LA POLARIZZAZIONE?

Stati di polarizzazione



Stati quantistici

Proprietà di
polarizzazione
del campo magnetico



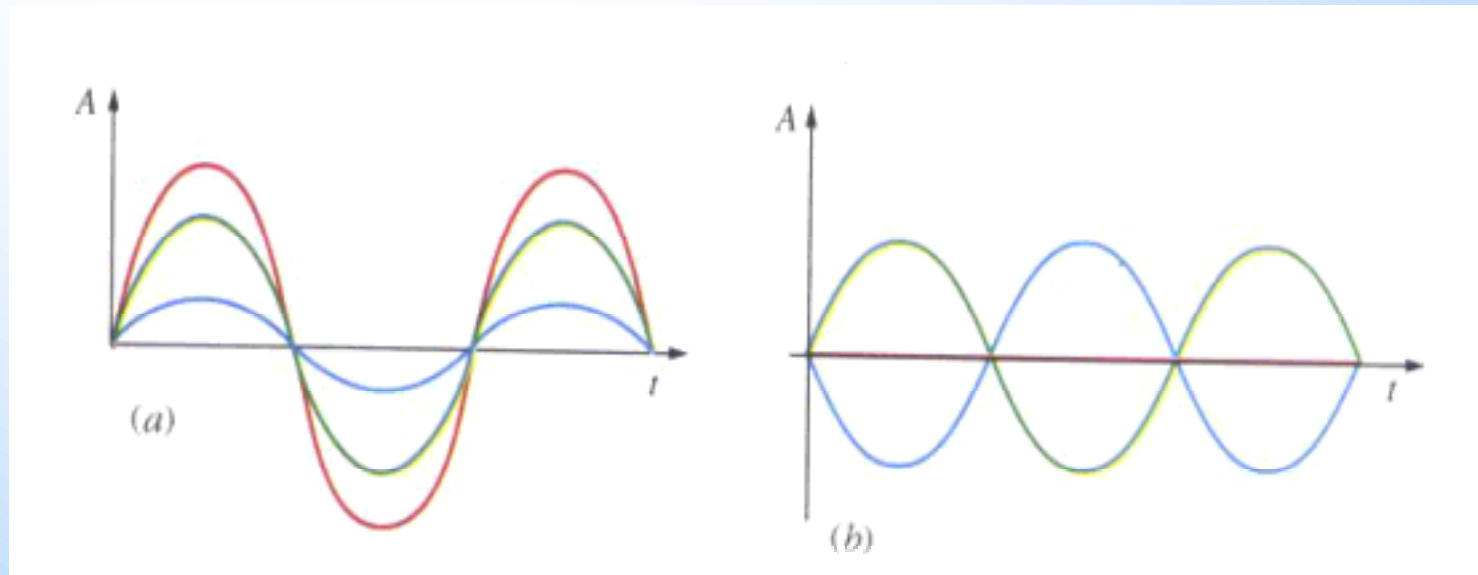
Proprietà stati
polarizzazione dei
fotoni o proprietà
particelle elementari

INTERFERENZA

Come abbiamo già visto in precedenza, ci può essere interferenza:

COSTRUTTIVA

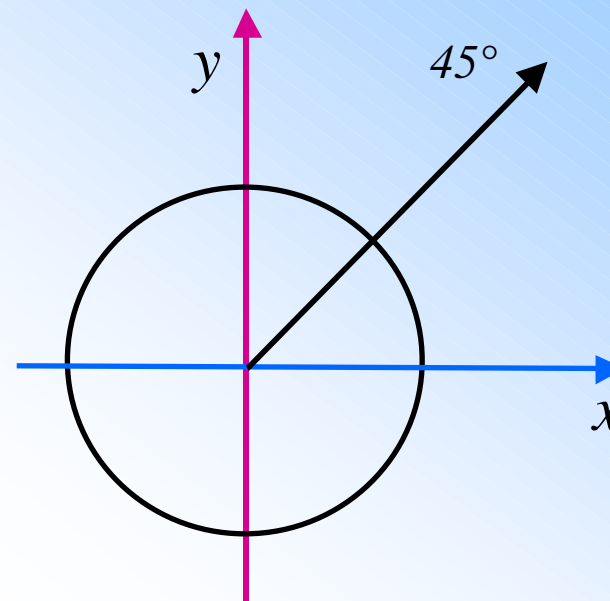
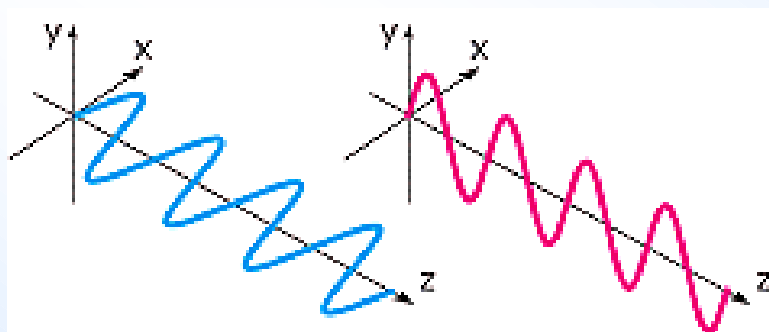
DISTRUTTIVA



onde IN FASE

onde IN
OPPOSIZIONE DI
FASE

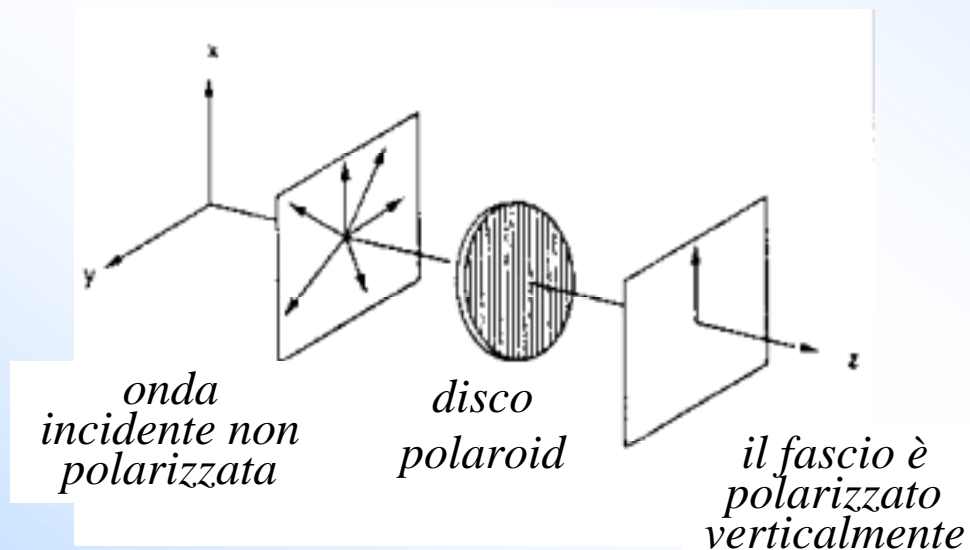
I FILTRI POLAROID



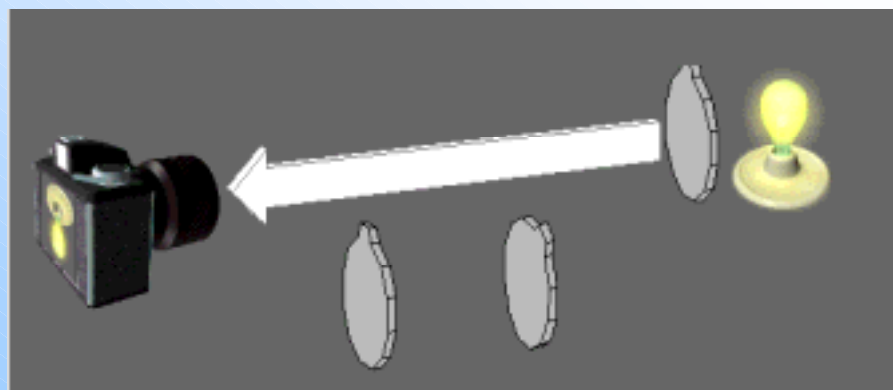
Somma di due campi polarizzati piani lungo le direzioni x ed y perpendicolari lungo la direzione di propagazione

ESPERIMENTI

I filtri polaroid

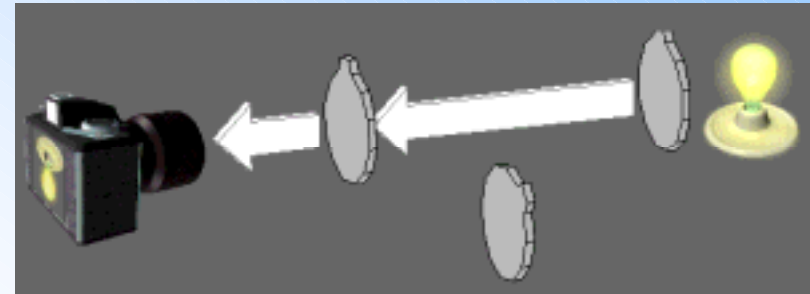
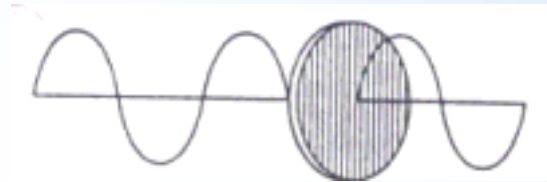


Il filtro polarizzatore consente solo alla radiazione con una precisa polarizzazione piana di attraversarlo



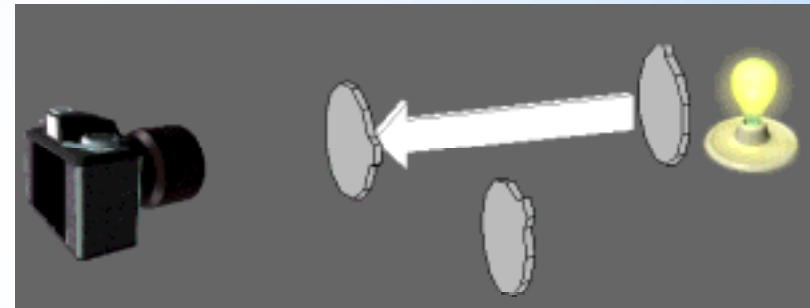
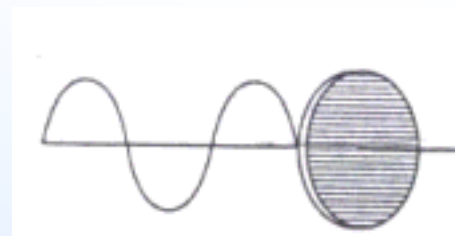
POLARIZZAZIONE VERTICALE

*la luce passa
inalterata*



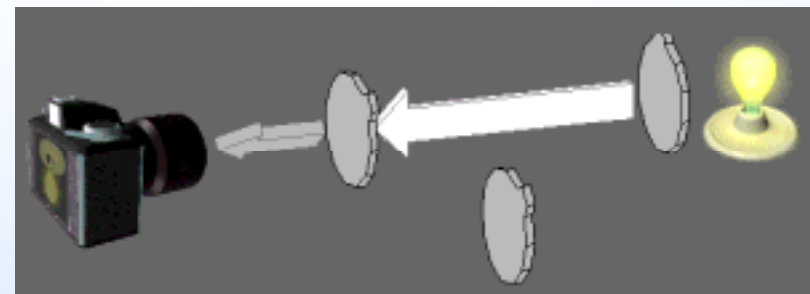
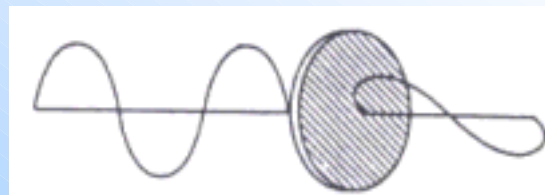
POLARIZZAZIONE ORIZZONTALE

*la luce è
completamente
assorbita*



POLARIZZAZIONE A 45°

*la luce viene
parzialmente
assorbita*



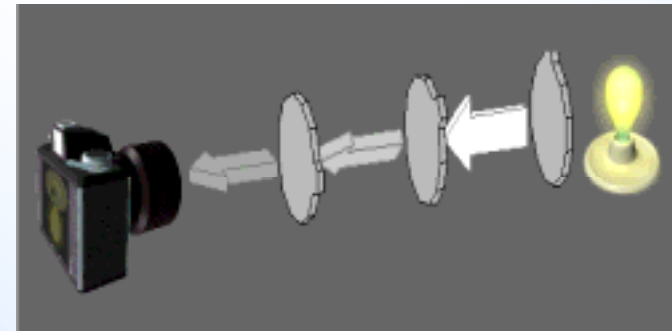
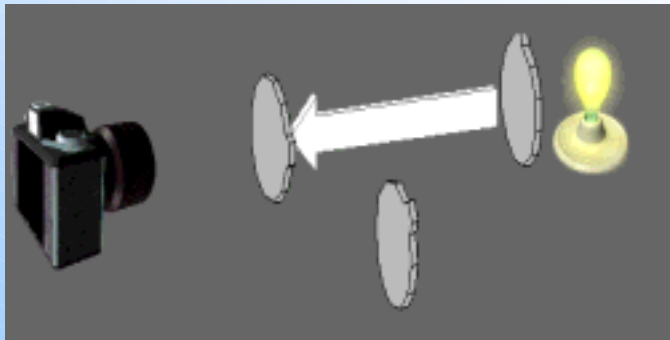
I filtri polaroid

I fenomeni della polarizzazione sono riassunti nella legge di Malus che lega l'intensità della luce incidente I_0 con quella trasmessa I_T .

L'angolo θ è quello tra i due piani di polarizzazione.

LEGGE di MALUS

$$I_T = I_0 \cos^2 \Theta$$



I filtri polaroid

I filtri polaroid **non** sono puri strumenti passivi

giocano un ruolo ATTIVO

nei confronti dei fasci luminosi che li attraversano

I cristalli birifrangenti

Non hanno struttura isotropa

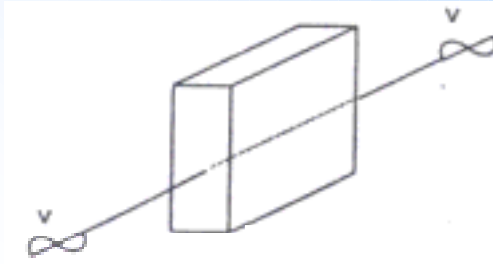


Influenzano la propagazione della luce

- direzione di propagazione
- polarizzazione

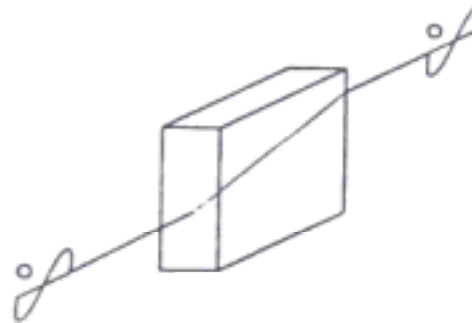
I cristalli birifrangenti

Raggio luminoso
polarizzato
verticalmente



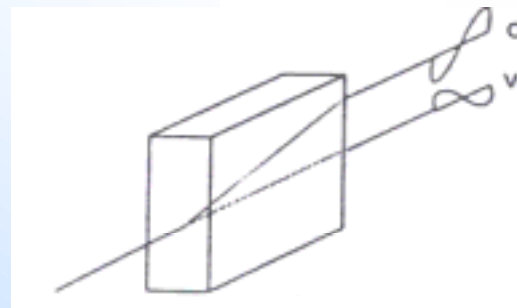
PROSEGUE
INALTERATO

Raggio luminoso
polarizzato
orizzontalmente



VIENE
DEFLESSO

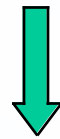
Raggio luminoso
polarizzato in
modo differente



SI SUDDIVIDE
IN DUE RAGGI

I cristalli birifrangenti

Anche i cristalli birifrangenti giocano
un ruolo attivo inoltre
salvano tutte le componenti



Evidenziano la composizione dal
punto di vista della polarizzazione

CAPITOLO III

QUANTI, EVENTI ALEATORI, INDETERMINISMO

LA NATURA CORPUSCOLARE DELLA LUCE

polarizzazione, diffrazione, interferenza: come spiegare questi fenomeni tenendo conto della natura corpuscolare della luce?

PARTICELLE MATERIALI

polarizzazione, diffrazione, interferenza: quali sono i fenomeni analoghi per le particelle elementari?

LA NATURA FONDAMENTALMENTE ALEATORIA DEI PROCESSI FISICI

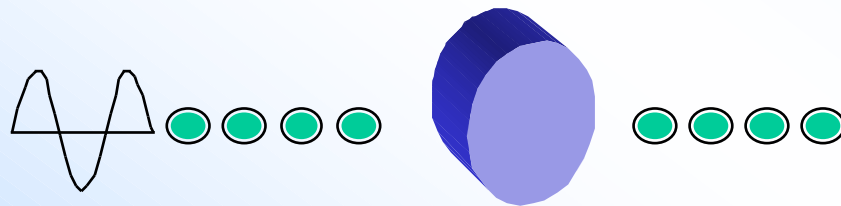
probabilità epistemiche e probabilità non epistemiche: vari esempi.

IL PRINCIPIO DI INDETERMINAZIONE

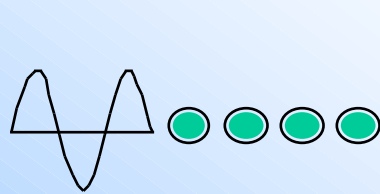
duplice natura corpuscolare e ondulatoria di tutti i processi fisici.

Un fascio polarizzato verticalmente attraversa un filtro polarizzatore il cui piano di polarizzazione risulta, rispettivamente, verticale, orizzontale e a 45° .

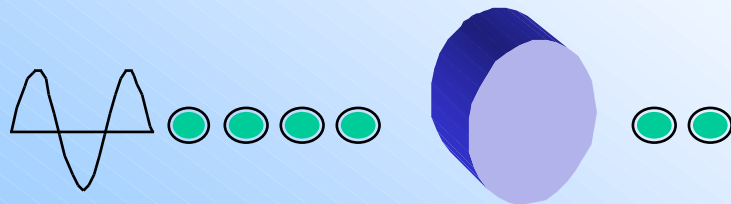
Nella figura seguente si sottolinea la struttura corpuscolare del fascio.



FILTRO VERTICALE: tutti i fotoni superano il test

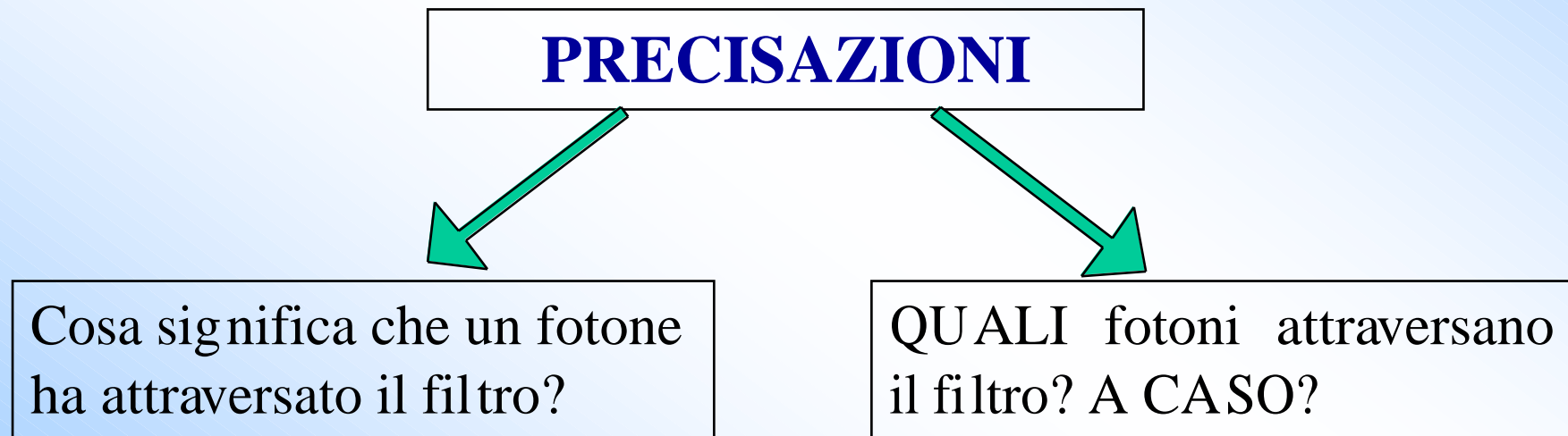


FILTRO ORIZZONTALE: nessun fotone supera il test



FILTRO A 45° : in media solo un fotone su due supera il test

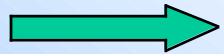
Se il filtro non è orientato come la polarizzazione del fascio allora non tutti i fotoni del fascio riescono ad attraversare il filtro. Il numero di quelli emergenti risulta ridotto proprio nella misura richiesta dalla **legge di Malus**.



Cosa significa che un fotone ha attraversato il filtro?



Esistono strumenti in grado di rilevare l'arrivo di un singolo fotone, strumenti attraverso i quali un processo microscopico può essere amplificato a livello macroscopico per risultare "percepibile".

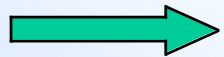


"Un fotone ha attraversato il filtro" significa che un rilevatore posto dopo il filtro polarizzatore è riuscito a rilevare l'arrivo di un fotone.

QUALI fotoni attraversano il filtro?



Nulla, assolutamente nulla, differenzia un fotone da un altro.



Secondo la teoria quantistica è impossibile individuare a priori quali fotoni supereranno il filtro, risulta addirittura illegittimo e contraddittorio pensare che, anche in modo a noi sconosciuto, i singoli fotoni possiedano, prima di essere sottoposti al filtraggio, qualche specifica caratteristica che determina il fatto che essi lo superino oppure no.



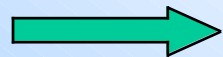
**NATURA FONDAMENTALMENTE ALEATORIA DEI PROCESSI
NATURALI**



La tipica figura a campana della **diffrazione**, che si forma su uno schermo al di là di una fenditura di misura paragonabile alla lunghezza d'onda del fascio, va costituendosi nel tempo per l'apporto di molti fotoni.



Ogni singolo fotone va a sistemarsi in un punto ben preciso dello schermo, non si disperde sullo schermo. La maggior parte dei fotoni finiscono sullo schermo nel punto in cui la densità di energia risulta maggiore.



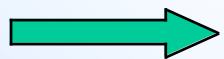
Nessuna caratteristica distingue, prima dell'esperimento di diffrazione, i fotoni che non verranno deflessi da quelli che finiranno al bordo della figura di diffrazione.



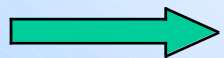
**NATURA FONDAMENTALMENTE ALEATORIA DEI PROCESSI
NATURALI**



Come per la diffrazione, la tipica figura di **interferenza**, che si forma su uno schermo, va costituendosi nel tempo per l'apporto di molti fotoni.



Ogni singolo fotone va a sistemarsi in un punto ben preciso dello schermo, non produce una sbiadita figura di interferenza. La maggior parte dei fotoni finiscono sullo schermo nei punti in cui l'intensità luminosa risulta maggiore.

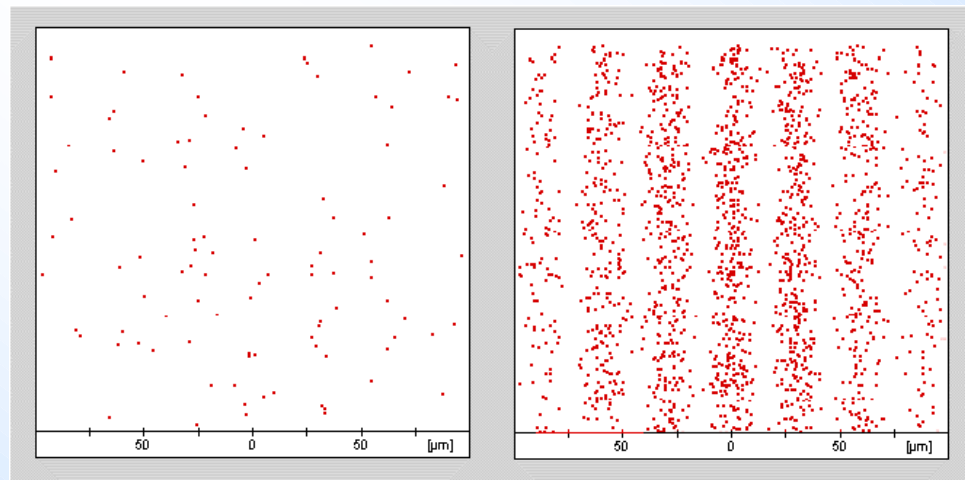


Nessuna caratteristica distingue, prima dell'esperimento di interferenza, i fotoni che finiranno in un punto dello schermo piuttosto che in un altro.



**NATURA FONDAMENTALMENTE ALEATORIA DEI PROCESSI
NATURALI**

In figura è mostrato l'emergere della figura di interferenza su una lastra fotografica posta dietro lo schermo con due fenditure investito da un fascio di elettroni.



Si osserva che:

➡ ogni singolo elettrone colpisce lo schermo in un punto ben preciso della lastra (puntino rosso);

➡ i processi dovuti ai successivi impatti di molti elettroni portano all'emergere della figura di interferenza

➡ **Gli elettroni sono particelle materiali:** passano uno per volta, da una fenditura oppure dall'altra.

➡ Se si chiude una fenditura, sullo schermo appare una figura di diffrazione, un'immagine leggermente allargata della fenditura aperta. Se similmente solo l'altra fenditura fosse aperta, si avrebbe sullo schermo un'altra campana di diffrazione.

➡ **Gli elettroni sono onde** (relazione di De Broglie): se ogni singolo elettrone non si comportasse come onda si osserverebbero sullo schermo due campane e non la figura di interferenza!

➡ Ciò che vale per l'elettrone vale per ogni altra particella materiale: ad ogni particella può essere associata una opportuna onda (**ipotesi di De Broglie**).



**DUPLICE ASPETTO ONDULATORIO E CORPUSCOLARE DEI
PROCESSI FISICI**

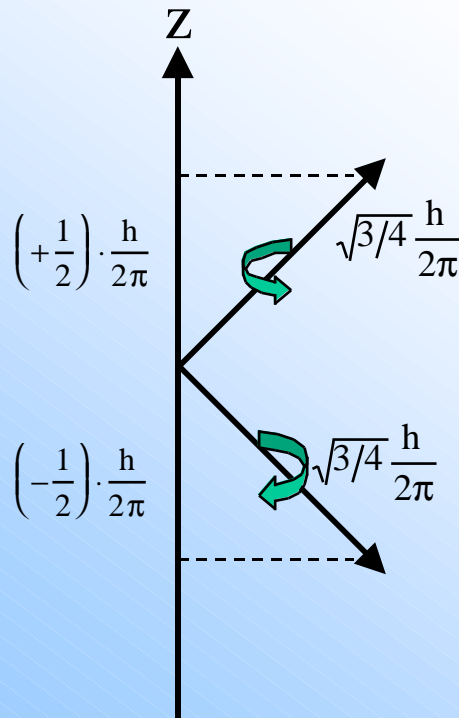
La proprietà non classica delle particelle materiali che risulta essere l'analogo degli stati di polarizzazione dei fotoni è lo SPIN.

Analogie e differenze tra spin e momento angolare

Momento angolare	Spin – momento di spin
<p>Si consideri un sistema atomico, in generale esso possiede un momento angolare se esiste un asse privilegiato attorno al quale il sistema ruota come una trottola.</p> <p>Il momento angolare è quantizzato sia in modulo che in orientazione (h è la costante di Planck):</p> $L = \sqrt{l(l+1)} \frac{h}{2\pi} \quad l = 0, 1, 2, \dots$ <p>Le orientazioni sono $(2l+1)$, corrispondenti al fatto che la componente di L rispetto ad una direzione prefissata assumano valore $m(h/2\pi)$, con $m = -l, -l+1, \dots, l$</p>	<p>Non ha analogo classico. Spin in inglese significa trottola, e con spin si indica il fatto che alcune particelle elementari, pur essendo puntiformi, si comportano come macroscopiche trottole.</p> <p>Il momento di spin è quantizzato sia in modulo che in orientazione</p> $S = \sqrt{s(s+1)} \frac{h}{2\pi} \quad s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$ <p>Le orientazioni sono $(2s+1)$, corrispondenti al fatto che la componente di S rispetto ad una direzione prefissata assumano valore $m(h/2\pi)$, con $m = -s, -s+1, \dots, s$</p> <p>Il valore assoluto dello <u>spin</u> è una caratteristica <u>invariabile e tipica di ogni particella</u>, come la massa e la carica.</p>

Nel 1925 Samuel Goudsmit e George Uhlenbeck formularono l'ipotesi che l'elettrone possedesse uno spin, per spiegare alcune caratteristiche delle righe spettrali degli atomi.

Tutti gli elettroni (tutti i protoni e i neutroni), hanno invariabilmente $s=1/2$

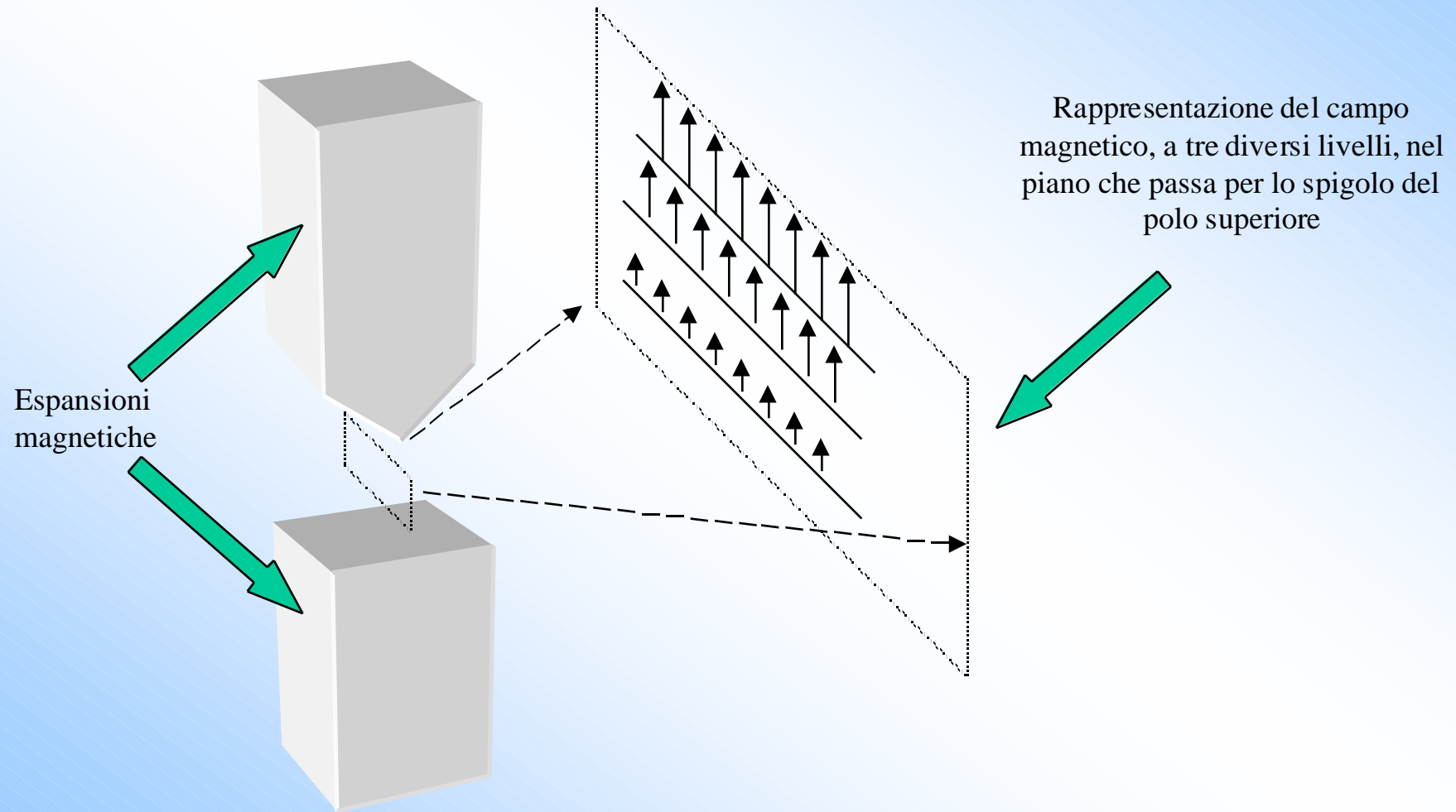


Esistono solo due modi in cui lo spin di un elettrone può orientarsi rispetto ad una direzione z prefissata:

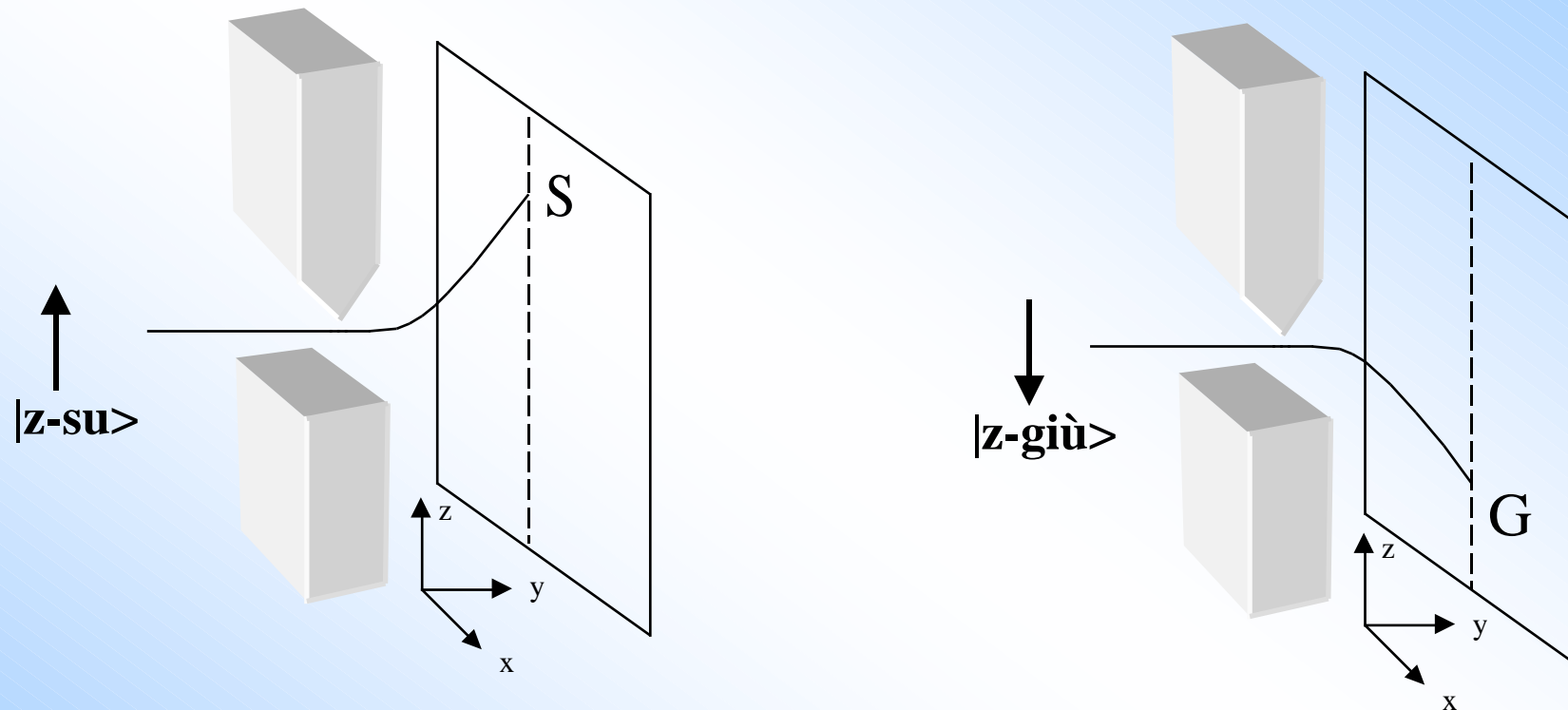
$|z\text{-su}\rangle$ $(+1/2)$ in unità $h/2\pi$

$|z\text{-giù}\rangle$ $(-1/2)$ in unità $h/2\pi$

L'apparato di Stern-Gerlach: l'analogo dei cristalli birifrangenti.



Consideriamo un corpuscolo materiale elettricamente neutro con spin $s=1/2$ (per esempio un neutrone o un atomo di argento), con asse di rotazione che punta nella direzione z .

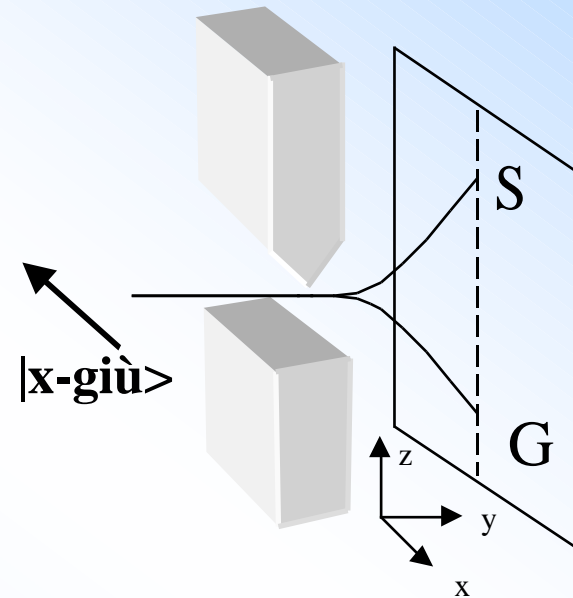
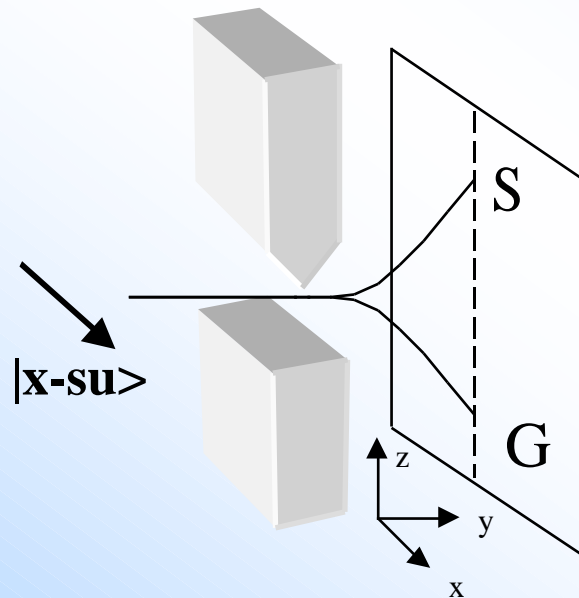


Come un cristallo birifrangente, se opportunamente tagliato, separa un fotone con polarizzazione verticale da quello con polarizzazione orizzontale, così l'apparato di Stern-Gerlach devia verso l'alto una particella con spin in su lungo l'asse z , e verso il basso una particella con spin in giù.

Consideriamo un corpuscolo materiale elettricamente neutro con spin $s=1/2$
 con asse di rotazione che punta nella direzione x .

$$|x-su\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |z-su\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |z-giù\rangle$$

$$|x-giù\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |z-su\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |z-giù\rangle$$



Nel caso si invii una particella con spin “in su” (analogamente in “giù”) lungo l’asse x in un magnete orientato lungo z , essa finisce, in modo del tutto casuale ma con uguale probabilità o nel punto S o nel punto G . Si noti la perfetta analogia con il caso di un fotone con polarizzazione di 45° (135°) che attraversa un cristallo birifrangente opportunamente tagliato.



**NATURA FONDAMENTALMENTE ALEATORIA DEI PROCESSI
 NATURALI**

Cosa significa che gli esiti di misure su sistemi quantistici risultano casuali?

- Ad ogni evento deve essere associata una probabilità di verificarsi.
- Nessuna regolarità deve essere identificata nella successione degli eventi.
- Non è possibile conoscere a priori l'esito di un evento.

La natura “genuinamente” casuale dei processi quantistici è implicata, oltre che dai fatti sperimentali, dall'assunzione che la teoria quantistica sia completa.

Ad ogni sistema fisico è associato un vettore di stato, e questo rappresenta l'informazione più completa che si può avere del sistema.

Il vettore di stato dà precise informazioni probabilistiche circa gli esiti di un processo fisico, la teoria asserisce che la conoscenza di queste probabilità degli esiti costituisce l'unica cosa che ci è dato di sapere del processo

ESEMPIO (polarizzazione di un fotone)

Stato di polarizzazione nel piano P che forma un angolo Θ col piano Q e l'angolo complementare $90^\circ - \Theta$ col piano R ad esso ortogonale:

$$|P\rangle = \cos \Theta |Q\rangle + \sin \Theta |R\rangle \quad (\text{vettore di stato})$$

- $\cos^2 \Theta$ indica la probabilità che un fotone superi il test di polarizzazione lungo Q;
- $\sin^2 \Theta$ indica la probabilità che il fotone non superi il test di polarizzazione lungo Q.

Le probabilità quantistiche risultano NON EPISTEMICHE.

Se si assume che la descrizione quantistica dei sistemi fisici sia valida e completa, le probabilità quantistiche non possono essere attribuite ad ignoranza, ad una mancanza di informazioni sul sistema.

In fisica classica le probabilità risultano EPISTEMICHE

Possono ritenersi dovute alla nostra ignoranza dello stato reale del sistema fisico.

Pierre Simon Laplace (1776) affermò che note la posizione e la velocità di tutte le particelle dell'universo, sarebbe stato possibile prevederne l'evoluzione per l'eternità. L'ignoranza dello stato del sistema e la sua complessità ci impediscono di conseguire la certezza rispetto alla grande maggioranza dei fenomeni.

Jules-Henry Poincarè (1903) ha introdotto una distinzione concettuale rilevante tra l'imprevedibilità che emerge dalla estrema complicazione dei fattori che entrano in gioco nella descrizione di un processo e la estrema sensibilità, anche per sistemi relativamente semplici, alle condizioni iniziali (CAOS DETERMINISTICO).

Esempi in fisica classica di probabilità EPISTEMICHE

ESEMPIO n° 1

Prevedere l'esito del lancio di una moneta non truccata è impossibile; per descrivere un tale processo si ricorre alla teoria della probabilità. Ai due esiti possibili (testa e croce) si associano delle probabilità. Tali probabilità sono epistemiche; infatti se si assume che la caduta della moneta è governata da leggi classiche, allora si può asserire che se conoscessimo con precisione assoluta la rotazione che viene impressa inizialmente alla moneta, la precisa distribuzione delle molecole di aria che urtano la moneta, la struttura dettagliata della superficie su cui cadrà la moneta, ecc..., potremmo prevedere con certezza l'esito del lancio.

(secondo Laplace non è possibile conoscere con certezza un processo perché non si conosce esattamente il sistema)

ESEMPIO n° 2

Supponiamo di avere un biliardo "perfetto", dove le palle scorrono su un tavolo senza attrito, si urtano senza deformarsi, gli urti sono perfettamente elastici, la sponde perfette tali da riflettere le palle in modo che l'angolo di riflessione sia uguale a quello di incidenza. Supponiamo che sul biliardo ci siano un numero di palle dell'ordine di dieci, e che un giocatore, che vuole conoscere l'effetto del suo colpo, possieda il perfetto controllo del colpo stesso. Supponiamo che l'universo sia fatto solo dal biliardo. Malgrado si conosca tutto del sistema, è sorprendente come un leggero cambiamento dell'universo, che lascia inalterato il biliardo, produca un cambiamento macroscopico delle traiettorie delle palle.

(secondo Poincarè non è possibile conoscere con certezza un processo a causa dell'alta sensibilità dalle condizione iniziali)

Il principio di indeterminazione (1)

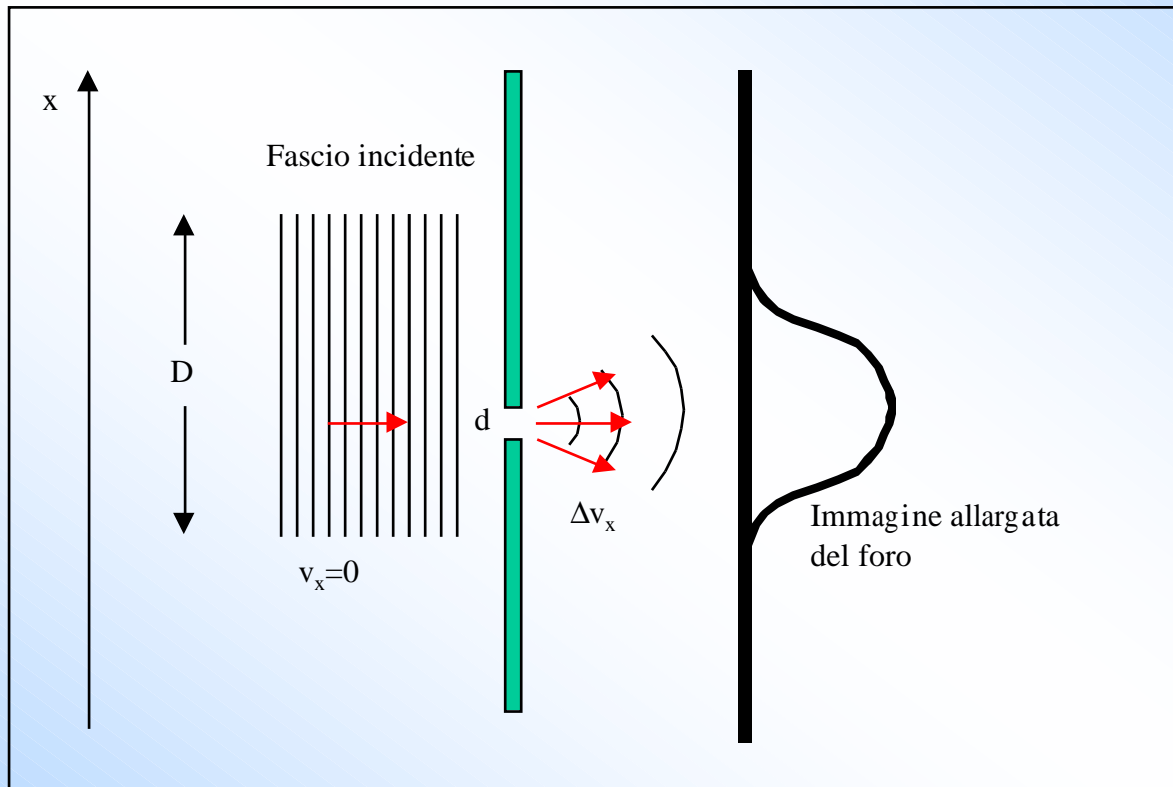


Illustrazione del principio di indeterminazione. Il tentativo di definire con maggiore precisione (restringendo da D a d il fronte dell'onda associata alla particella incidente) la posizione della particella comporta, per gli inevitabili aspetti ondulatori del processo che chiamano in causa il fenomeno della diffrazione, una perdita di conoscenza della velocità.

Prima che la particella colpisca lo schermo: la posizione è nota con precisione $\Delta x = D$, la velocità è definita e $v_x = 0$.

Dopo che la particella colpisce lo schermo: la posizione è nota con precisione $\Delta x = d$, la velocità è nota con precisione (NON EPISTEMICA) Δv_x .

Indicando con Δx e Δv_x rispettivamente l'impresione sulla posizione e sulla velocità della particella, si ha la fondamentale relazione di **indeterminazione di Heisenberg**:

$$\Delta x \Delta v_x \geq h/m$$

dove h è la costante di Planck e m è la massa della particella.

Il principio di indeterminazione non pone alcun limite concettuale alla precisione con cui si può determinare la posizione (vale a dire la fenditura può essere pensata tanto stretta come si vuole). Una maggiore precisione sulla posizione comporta un aumento dell'impresione sulla velocità (vale a dire, più piccola è la fenditura più allargata sarà l'immagine della fenditura, cioè la figura di diffrazione). Analogamente un procedimento sperimentale mirato a fornirci una più precisa conoscenza della velocità ci fa perdere conoscenza della posizione.

Il principio di indeterminazione è una diretta e inevitabile conseguenza della peculiare **DUPLICE NATURA CORPUSCOLARE E ONDULATORIA** di tutti i processi fisici.

La posizione e la velocità sono variabili fisiche incompatibili, cioè soggette al principio di indeterminazione. Non tutte le variabili fisiche sono tra loro incompatibili (esempio: la posizione di una particella lungo una direzione e lungo un'altra direzione ortogonale sono grandezze compatibili).

La complementarità di BOHR

Risulta impossibile realizzare esperimenti che simultaneamente mettano in evidenza gli aspetti corpuscolari e ondulatori dei processi fisici (analogamente è impossibile misurare con una precisione maggiore di quella consentita dalla relazione di Heisenberg grandezze incompatibili).

Secondo John Stewart Bell, Bohr nella sua teoria “filosofica” della complementarità, piuttosto che mettere in evidenza la duplice natura dei processi fisici e la loro complementarità, sottolinea la contraddittorietà degli aspetti della realtà.

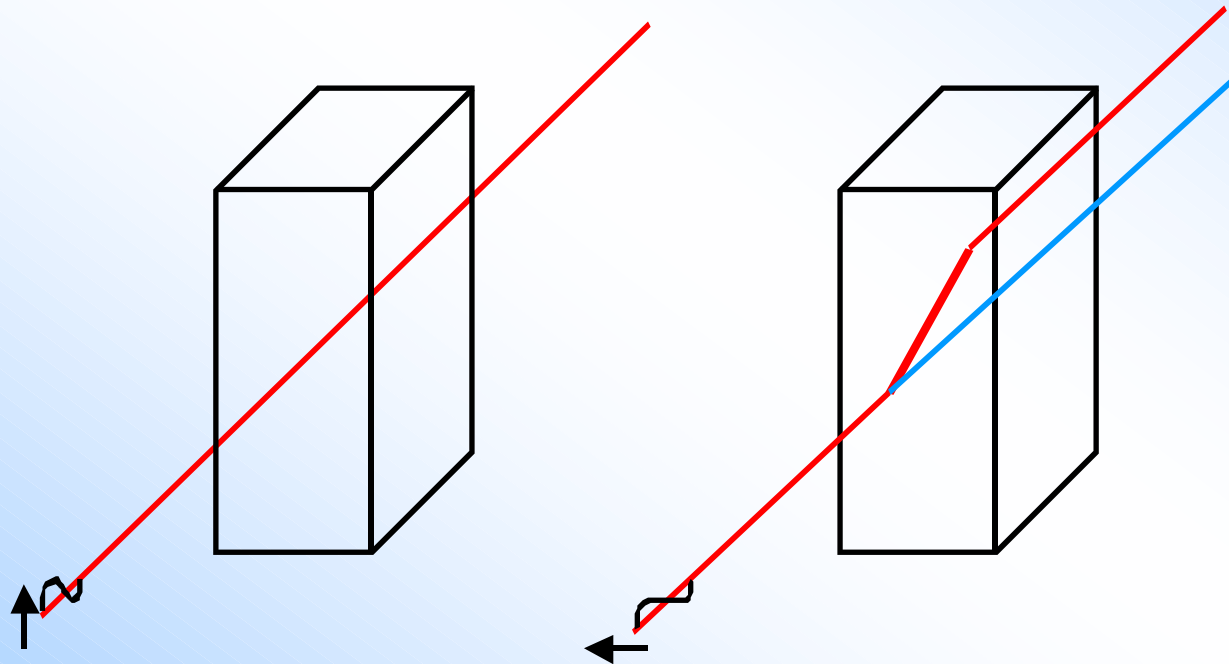
CAPITOLO IV

IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE E LA STRUTTURA CONCETTUALE DELLA NUOVA TEORIA

Un aspetto sorprendente e non facile della meccanica quantistica riguarda il modo in cui si sommano o sovrappongono gli stati quantistici.

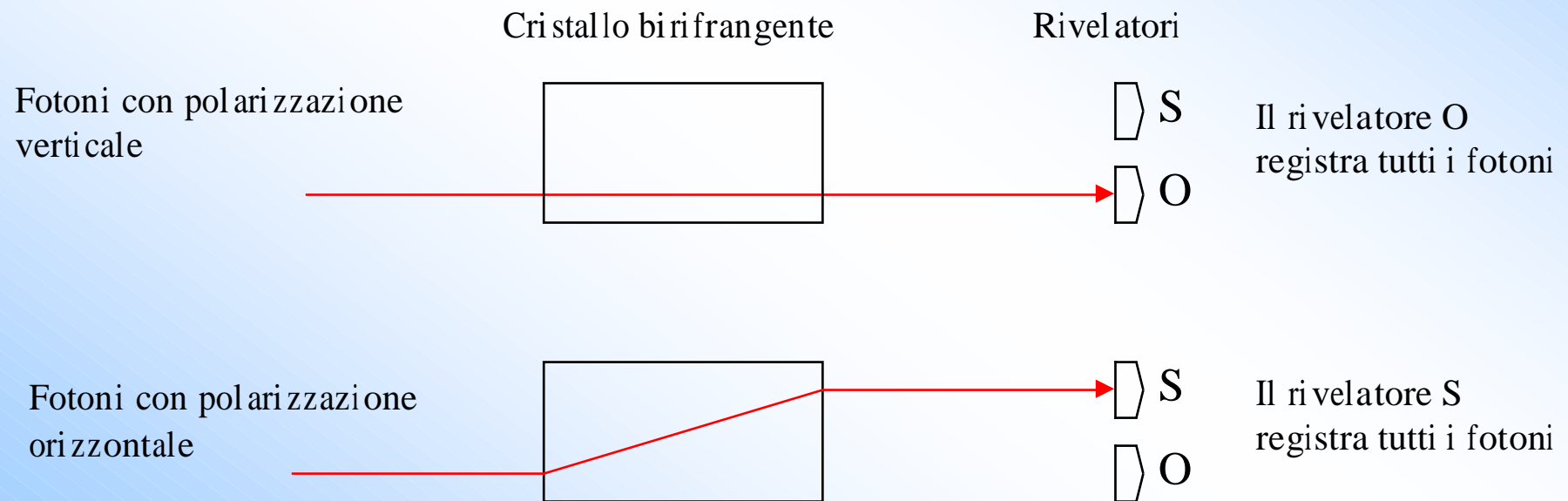
Ricorriamo ad una serie di esperimenti per illustrarne le caratteristiche.

Sappiamo che un cristallo birifrangente opportunamente tagliato rispetto alla sua struttura reticolare lascia passare **immutati** i raggi luminosi (e quindi i fotoni) polarizzati in una direzione (ad es. verticale), mentre provoca una doppia deflessione (una in entrata e una in uscita) dei raggi polarizzati nella direzione ortogonale (ad es. orizzontale).



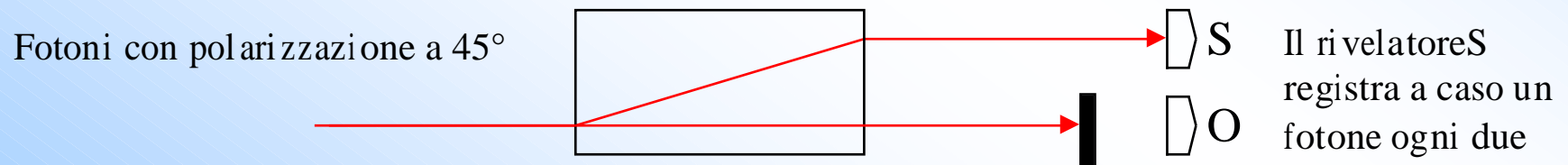
Chiamiamo **ordinario** il primo cammino, **straordinario** il secondo.

Consideriamo un fascio di fotoni sufficientemente debole così che essi attraversino il cristallo birifrangente uno per volta e disponiamo opportunamente dei rivelatori. A seconda della polarizzazione si avranno i seguenti risultati.

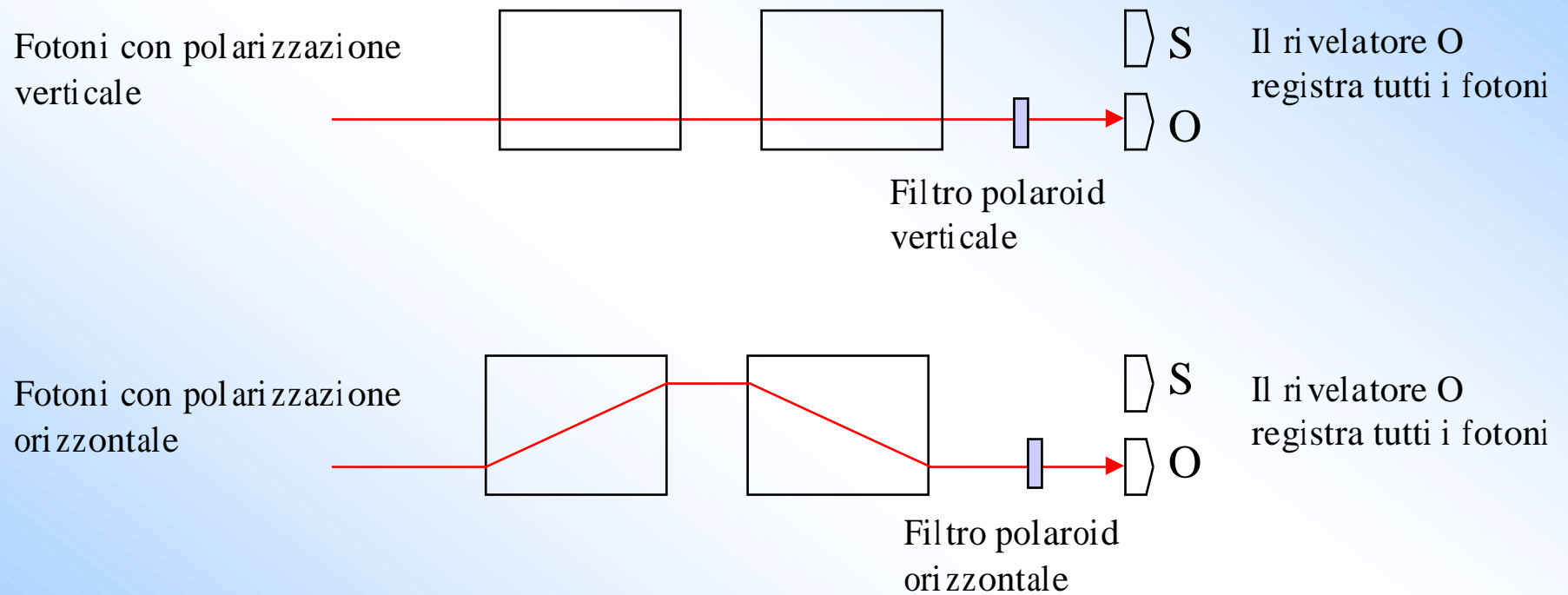




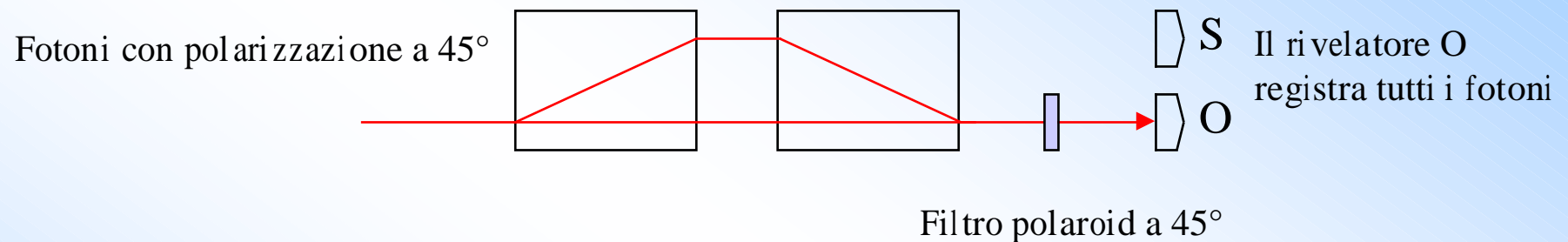
Com'è prevedibile, disponendo uno schermo assorbente lungo uno o entrambi i cammini si impedisce ai fotoni di passare.



Utilizziamo ora **due cristalli birifrangenti**, con il secondo rovesciato rispetto al primo.



Consideriamo ora l'esperimento cruciale.



Tenuto conto che metà dei fotoni ha polarizzazione verticale e l'altra metà ha polarizzazione orizzontale, e che entrambi questi tipi di fotoni hanno probabilità $1/2$ di oltrepassare il filtro, ci si aspetterebbe che solo la metà di essi giunga al rivelatore.

Invece si osserva sperimentalmente che **tutti** i fotoni giungono al rivelatore!

Risulta **problematico** capire il cammino seguito dai singoli fotoni.

- Se ciascuno di essi seguisse uno solo dei due cammini (ordinario e straordinario), avrebbero una probabilità del 50% di non arrivare al rivelatore, ma abbiamo visto che questo non avviene.
- Se ciascuno di essi seguisse entrambi i cammini, si spezzerebbero in due parti, e questo non è stato mai rivelato dai precedenti esperimenti.
- Se essi non seguissero nessuno dei due cammini visti, non si capirebbe perché gli schermi assorbenti usati in precedenza bloccino i fotoni.

La meccanica quantistica interpreta il comportamento dei fotoni dell'esperimento **in modo diverso** rispetto alle possibilità (logicamente esaurienti) enunciate nella diapositiva precedente.

La teoria quantistica afferma che ogni fotone dell'esperimento sta nella **sovrapposizione del trovarsi lungo il cammino ordinario e lungo il cammino straordinario**, che in notazione di Dirac si indica $|O\rangle + |S\rangle$.

Quest'affermazione, ribadiamo, è distinta da tutte e tre le affermazioni:

“ogni fotone si trova sul cammino O o sul cammino S”,

“ogni fotone si trova su entrambi i cammini”,

“ogni fotone si trova altrove”.

Anche se il **concetto di sovrapposizione** del trovarsi lungo il cammino ordinario e lungo il cammino straordinario non è ben chiaro a livello concettuale, tuttavia esso **si presta bene a essere matematizzato** ed è su di esso che si può operare in modo formale in meccanica quantistica.

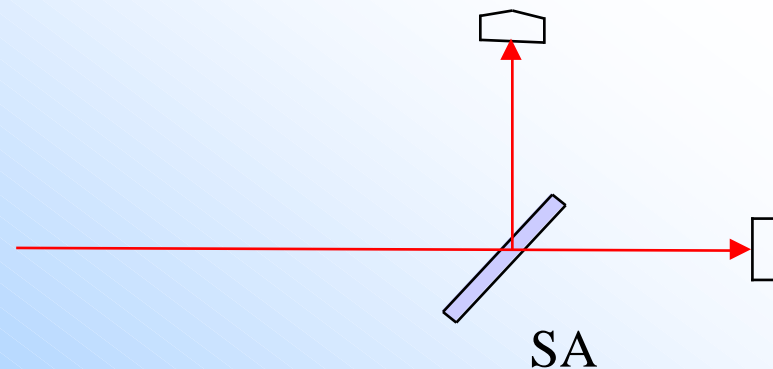
Si noti che mediante l'esperimento svolto tutto quello che possiamo direttamente verificare è solo il rivelatore che registra il fotone.

Ogni deduzione sul possibile percorso del fotone risente della nostra esperienza macroscopica, ma evidentemente a livello microscopico il comportamento è differente.

UN ALTRO ESPERIMENTO SIGNIFICATIVO

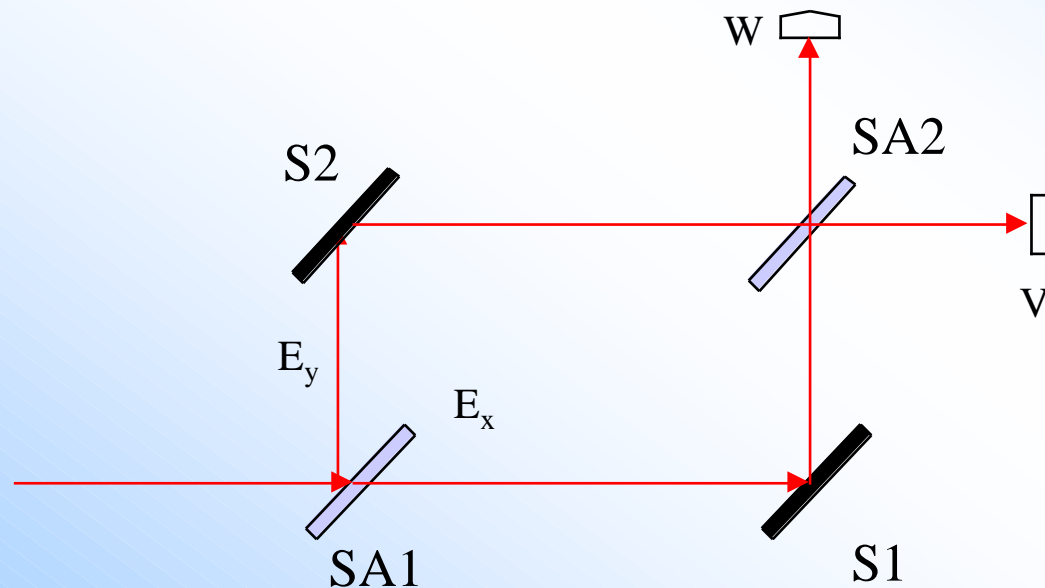
L'interferometro di Mach-Zender

Un fascio di fotoni che incide su di uno specchio semiargentato con un angolo di 45° si comporta sperimentalmente in questo modo: la metà dei fotoni attraversa lo specchio mantenendo la direzione, l'altra metà viene riflessa, subendo una deflessione di 90° e un ritardo di fase di un quarto di lunghezza d'onda.

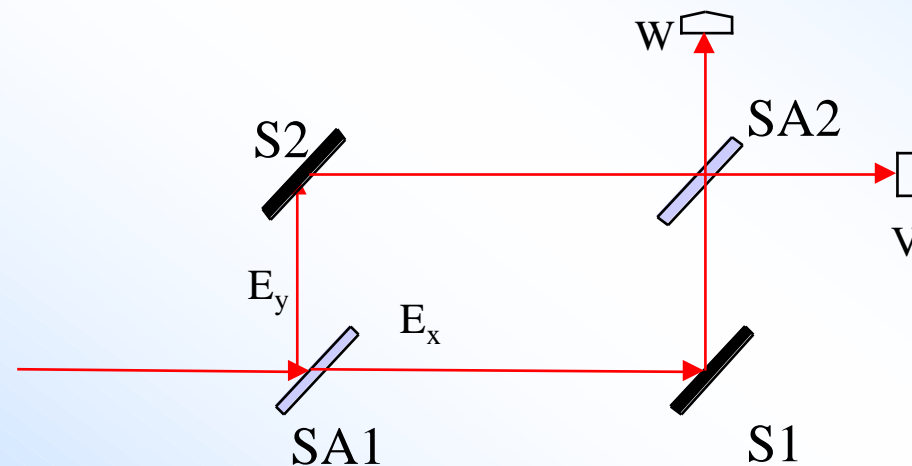


L'interferometro di Mach-Zender

è costituito da due specchi semiargentati e da due specchi argentati, che riflettono completamente la luce. Il campo E_x viene riflesso da S1 e raggiunge SA2 dove per metà prosegue verso W, per l'altra metà viene deflesso in V con un ritardo di fase. Il campo E_y ha subito un ritardo in SA1 e raggiunge SA2 dove per metà prosegue verso V, per l'altra metà viene deflesso in W con un ulteriore ritardo di fase.



Risulta quindi che da SA2 escono due campi in fase diretti verso V e due campi in discordanza di fase (il doppio ritardo equivale a mezza lunghezza d'onda) e che quindi si annullano, diretti verso W. Il risultato è che il rivelatore W non segnalerà fotoni, mentre essi verranno tutti segnalati dal rivelatore V.



Se togliamo lo specchio SA2, allora metà dei fotoni giungerà in V e metà in W, ciascuno seguendo un particolare cammino.

Supponiamo che il fascio sia molto debole e che possiamo a decidere di togliere o meno lo specchio SA2 dopo che un singolo fotone ha oltrepassato SA1. Se leviamo lo specchio il fotone seguirà un cammino tra i due possibili, altrimenti il fotone “interferirà” con se stesso finendo in V. Tuttavia esso *dovrebbe* aver già fatto la scelta di come comportarsi da quando ha raggiunto SA1!

Questo aspetto contraddittorio rivelato dall'esperimento (si parla di esperimento a scelta ritardata) resta misterioso. Come nell'esperimento precedente risulta problematico interpretare il cammino percorso.

LA STRUTTURA CONCETTUALE DELLA TEORIA

Poniamo ora l'attenzione sui diversi stadi con cui la teoria quantistica studia i processi fisici.

1) La preparazione del sistema: con opportuni strumenti si determina lo stato quantistico iniziale ($t = 0$) del sistema. Esso è matematicamente descritto dalla **funzione d'onda** Ψ (una funzione a valori complessi il cui modulo elevato al quadrato fornisce la **densità di probabilità** che il sistema si trovi in una certa condizione).

Indicheremo sinteticamente con $|\Psi, \mathbf{0}\rangle$ lo stato iniziale.

2) L'evoluzione temporale del sistema: a partire da $|\Psi, 0\rangle$ si ricava in modo matematico e rigidamente deterministico, grazie all'equazione di Schrödinger, lo stato $|\Psi, t\rangle$ al tempo t . Naturalmente nella pratica questo può essere un processo complicato e praticamente impossibile da risolvere, tuttavia la soluzione esiste ed è unica.

L'evoluzione avviene in **modo lineare**, cioè preserva le sovrapposizioni. Questo significa che se due sistemi si evolvono nel modo seguente:

$$|\Psi, 0\rangle \Rightarrow |\Psi, t\rangle \quad \text{e} \quad |\Phi, 0\rangle \Rightarrow |\Phi, t\rangle$$

allora la loro sovrapposizione si evolverà così:

$$a|\Psi, 0\rangle + b|\Phi, 0\rangle \Rightarrow a|\Psi, t\rangle + b|\Phi, t\rangle$$

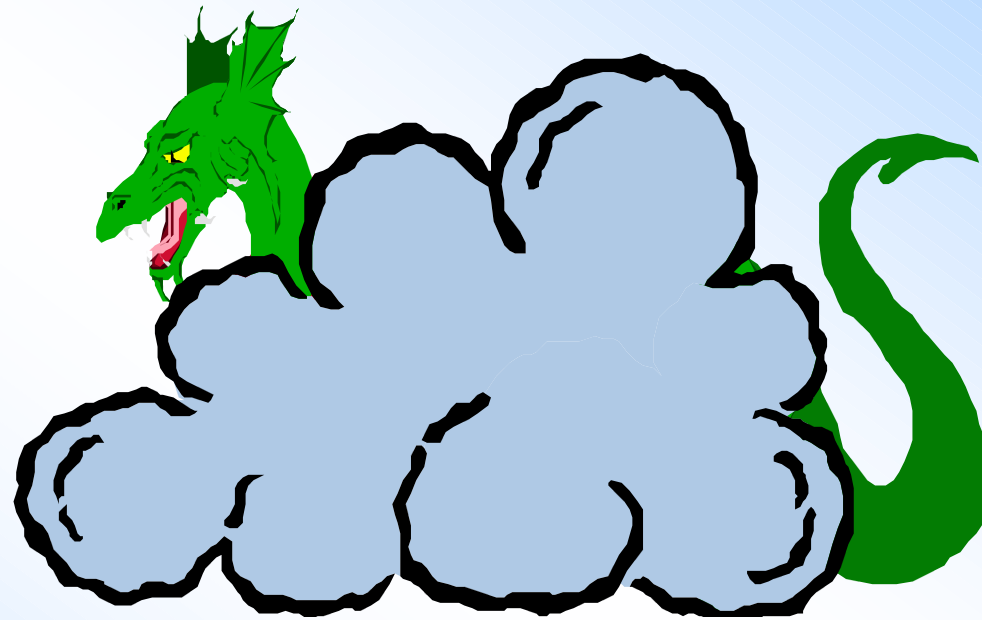
3) **Le previsioni future:** dalla conoscenza di $|\Psi, t\rangle$ si può ricavare la probabilità di ottenere uno degli esiti possibili che sono osservabili sperimentalmente. Si tratta di un valore **aleatorio**, a meno che la probabilità non sia uguale ad 1.

Quindi la **natura aleatoria** della teoria non deriva dalle leggi di evoluzione, ma dalla relazione che c'è tra gli enti matematici (funzione d'onda) e gli esiti delle misure.

C'è un forte legame della teoria con le misure. La teoria infatti prevede, in senso probabilistico, i possibili esiti delle misure. In ragione di questo Einstein, Schrödinger e Bell hanno affermato che la teoria quantistica parla solo di “ciò che troveremo se eseguiamo una misura” e non di “ciò che esiste là fuori”.

Il fatto che la teoria si orienti sui possibili esiti delle misure a scapito invece di quello che accade durante il processo fisico (che rimane in certa misura oscuro) è stato efficacemente illustrato da Wheeler con l'immagine di un *drago nebuloso*, di cui si vedono bene la coda e la testa, ma il cui corpo è nascosto.

Ugualmente la fisica quantistica riesce ad esempio, come abbiamo visto, a conoscere la situazione iniziale di un fotone e a scoprire in quale rivelatore va a finire, ma il cammino che ha percorso rimane assolutamente misterioso.



A tal proposito, ci piace concludere con questa significativa frase del premio Nobel R. P. Feynman:

“...mi sento di poter affermare con sicurezza che nessuno ha mai capito la meccanica quantistica”.