Planck e lo spettro del corpo nero

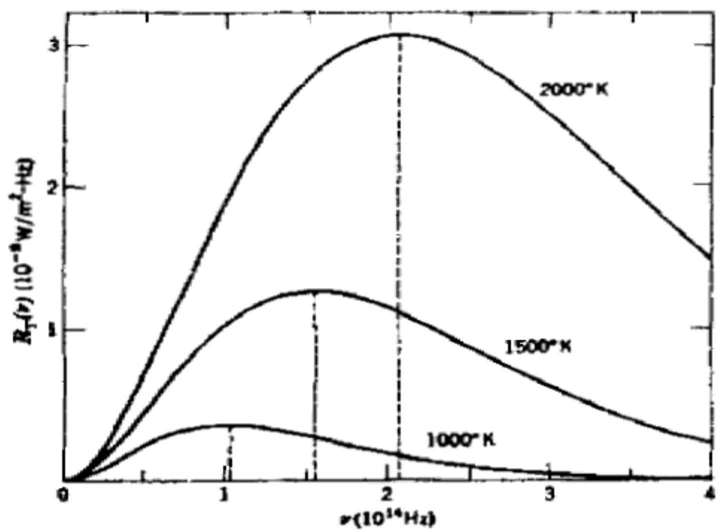
Il 14 dicembre del 1900, durante un incontro organizzato dalla Società di Fisica Tedesca, Max Planck presentò un saggio su "La teoria della distribuzione dell'energia in uno spettro normale". Questo scritto, che all'inizio non ricevette particolari attenzioni, prefigurava, in realtà, una rivoluzione nel campo della fisica, segnando la nascita della meccanica quantistica.

Le osservazioni di Planck traggono origine dallo **studio delle proprietà della radiazione termica, cioè della radiazione emessa ed assorbita da un corpo in virtù della propria temperatura**; più precisamente, lo scienziato tedesco studiò la radiazione emessa da un particolare tipo di corpo, il cosiddettto **"corpo nero"**, che emette una radiazione con uno spettro di carattere universale, mentre, in generale, lo spettro dipende dalla composizione del corpo in questione.

Un corpo si dice "nero" quando assorbe tutta la radiazione incidente su di esso; il nome è sicuramente appropriato perchè tali oggetti non riflettono la luce ed appaiono di colore nero quando la temperatura è sufficientemente bassa per impedire che brillino di luce propria

La distribuzione spettrale di una radiazione di corpo nero è caratterizzata dalla quantità $R_t(\nu)$, chiamata *radianza spettrale* ed è definita in modo che $R_t(\nu)d\nu$ sia pari all'energia emessa per unità di tempo con una radiazione di frequenza compresa tra ν e $\nu + d\nu$ da un'unità di area di superficie ad una certa temperatura assoluta T.

Le prime accurate misure di tale quantità furono eseguite da Lummer e Pringsheim nel 1899 e misero in evidenza la dipendenza della radianza spettrale dalla frequenza e dalla temperatura (vedi esempio della figura successiva)



Radianza spettrale di un corpo nero per tre diverse temperature

Integrando $R_t(\nu)d\nu$ su tutte le frequenze si ottiene la ***radianza*** R_t, ovvero l'energia complessiva emessa per unità di tempo, per unità di area da un corpo nero ad una fissata temperatura.

Come si può vedere anche dalla figura precedente la radianza R_t cresce rapidamente al crescere della temperatura T; questo risultato corrisponde alla ***legge di Stefan-Boltzmann*** e fu esplicitata per la prima volta nel 1879. Si ha che:

$$Rt = \sigma T^4$$

dove σ vale $5,67 \cdot 10^{-8}$ $W/m^2 K^4$. La figura precedente, inoltre, ci mostra come lo spettro si muova verso frequenze pù elevate quando si abbia un incremento di temperatura; questa è la ***legge di Wien***, che espressa in termini di lunghezza d'onda, anzichè di frequenza, afferma che

$$\lambda_{max} T = \text{costante}$$

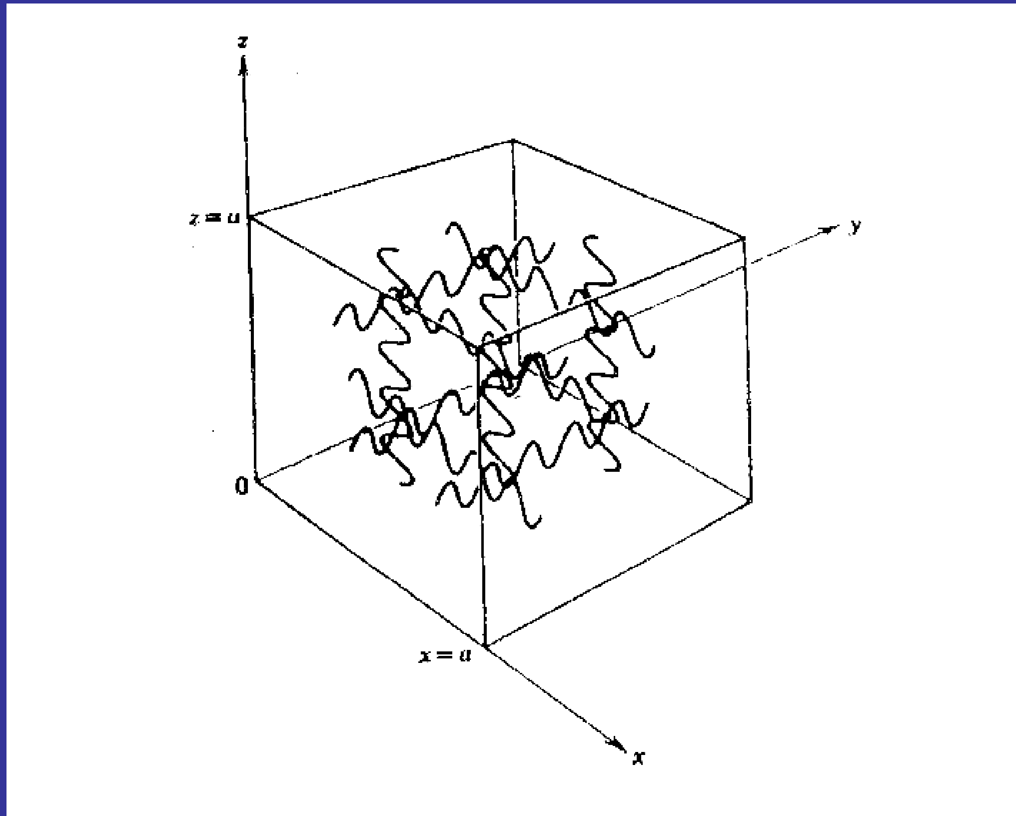
La costante vale $2.898 * 10^{-3}$ m K.

Una ottima ***approssimazione per un corpo nero*** è costituita da una cavità collegata all'esterno da un foro alquanto piccolo; la radiazione incidente sul foro dall'esterno entra nella cavità ed è riflessa dalle pareti, venendo anche assorbita da queste ultime. Se la superficie di tale foro è molto piccola rispetto a quella della cavità soltanto una quantità trascurabile di radiazione sarà riflessa oltre il foro all'esterno, e la maggior parte della radiazione incidente sarà assorbita; molti corpi neri usati negli esperimenti di laboratorio sono costruiti in base a questi parametri.

Ulteriore precisazione; finora abbiamo sempre parlato di radianza spettrale, ovvero di energia. E' opportuno introdurre una nuova quantità, e cioè la ***densità di energia*** $\rho_t(\nu)$, che è definita come l'energia contenuta in una unità di volume della cavità alla temperatura T in un intervallo di frequenza compreso tra ν e $\nu + d\nu$; è evidente che la densità di energia è proporzionale alla radianza.

All'inizio del secolo scorso Rayleigh e Jeans effettuarono alcuni calcoli sulla densità di energia della radiazione in una cavità (corpo nero) che condussero a vistose discrepanze tra evidenze sperimentali e previsioni teoriche.

Consideriamo, innanzitutto, una cavità con pareti metalliche riscaldate uniformemente ad una temperatura T; le pareti emettono, ovviamente, radiazione elettromagnetica. Assumiamo per semplicità che la cavità riempita di radiazione elettromagnetica abbia la forma di un cubo di lato *a*, come mostrato nella prossima figura.



Cavità metallica cubica con radiazione elettromagnetica.

La radiazione che si riflette sulle pareti può essere analizzata in tre componenti lungo le tre direzioni mutuamente perpendicolari definite dai bordi della cavità. Poichè le pareti opposte sono tra loro parallele le tre componenti della radiazione non si mescolano e noi possiamo trattarle separatamente.

Si può vedere, in base a considerazioni geometriche e di elettromagnetismo, che le onde stazionarie associate alle varie componenti della radiazione debbano avere nodi (ampiezza zero) a $x = 0$ e $x = a$, a $y = 0$ e $y = a$, a $z = 0$ e $z = a$.

Queste condizioni pongono una limitazione alle possibili lunghezze d'onda, e quindi alle possibili frequenze, della radiazione elettromagnetica nella cavità.

Passiamo, ora, a considerare la questione di ***contare il numero di onde stazionarie con nodi alla superficie della cavità***, la cui lunghezza d'onda giace in un intervallo λ e λ + dλ, ovvero in un intervallo di frequenze ν e $\nu + d\nu$. Per focalizzare meglio l'attenzione sulle idee coinvolte nel calcolo limitiamoci a trattare una sola componente, quella lungo l'asse x.

Il campo elettrico per onde elettromagnetiche stazionarie ad una dimensione può essere descritto matematicamente dall'equazione

$$E(x,t) = E_o\, sen(2\pi x/\lambda) sen(2\pi \nu t)$$

Poichè l'ampiezza è comunque zero, per qualunque tempo t, per posizioni soddisfacenti la relazione $2x/\lambda = 0,1,2,3,..$ l'onda ha dei nodi fissi, è, cioè, un'***onda stazionaria***.

Per soddisfare alla richiesta che le onde abbiano nodi ad entrambe le estremità di una cavità mono-dimensionale, scegliamo l'origine dell'asse x ad un estremo ($x = 0$) e richiediamo che all'altro $2x/\lambda = n$ per $x = a$ e $n = 1,2,3, ...$

Questa condizione determina un insieme di valori consentiti per λ e quindi anche per la frequenza $\nu = c/\lambda$. Infatti si ha che $\nu = cn/2a$.

I modi permessi che hanno lunghezza d'onda nell'intervallo λ, $\lambda + \Delta\lambda$ si calcolano a partire dalla condizione $2a/\lambda = n$, da cui: $2a/(\lambda + \Delta\lambda) = n - \Delta n$.

Se $\Delta\lambda << \lambda$ la differenza tra le due quantità risulta essere:

$$\Delta n/a = 2\Delta\lambda/\lambda^2$$

e quindi $\Delta n/\Delta\lambda = 4a/\lambda^2$

Abbiamo moltiplicato $2a/\lambda^2$ per un fattore 2 dal momento che, per ognuna delle frequenze consentite, ci sono in realtà due onde indipendenti corrispondenti ai due possibili stati di polarizzazione delle onde elettromagnetiche.

Quindi avremo che il numero di modi Δn nell'intervallo di frequenze ν, $\nu + \Delta\nu$ (o di lunghezza d'onda (λ, $\lambda + \Delta\lambda$) sarà:

$$\Delta n = N(\lambda)\Delta\lambda = N(\nu)\Delta\nu = 4a\,\Delta\lambda/\lambda^2 = (4a/c)\,\Delta\nu$$

Estendendo il calcolo al caso tridimensionale si otterrà che

$$N(\nu)\,\Delta\nu = (8\pi V/c^3)\nu^2\,\Delta\nu$$

dove $V = a^3$, il volume della cavità.

Calcolo dell’energia totale media contenuta in ogni onda stazionaria di frequenza ν.

Per un sistema contenente un numero elevato di entità fisiche dello stesso genere che si trovano in condizioni di equilibrio reciproco alla temperatura T, la ***fisica classica*** fa delle ben precise previsioni circa i valori medi delle energie di tali grandezze.

Nella situazione da noi considerata tutte queste condizioni sono verificate e, quindi, dobbiamo applicare i dettami della teoria classica e cioè la ***legge di equipartizione dell’energia***.

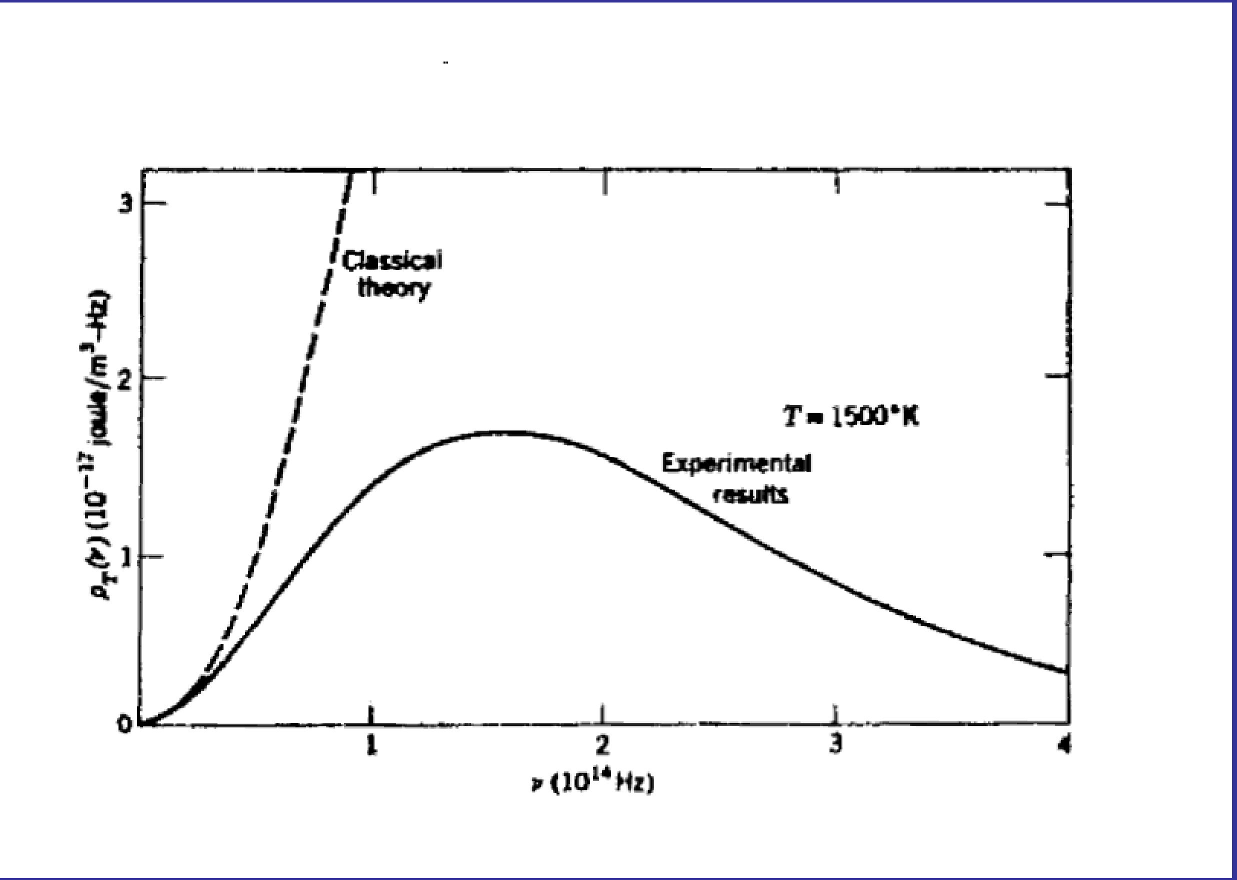
Pertanto, ogni onda avrebbe una energia totale media <E> pari a kT, con k costante di Boltzmann, cioè un valore indipendente dalla frequenza delle onde stesse. Moltiplicando tale valore per il numero di onde nell’intervallo in frequenza e dividendo per il volume otteniamo

$$\rho_t(\nu)d\nu = N(\nu)\, d\nu <E> = (8\pi\nu^2 kT/c^3)d\nu$$

Questa è la ***formula di Rayleigh-Jeans*** per la radiazione di corpo nero.

Nella figura della pagina seguente osserveremo come, ***nel limite delle basse frequenze***, ci sia ***accordo*** tra previsioni teoriche e risultati sperimentali, mentre ciò non accade ***per le alte frequenze***, dove la formula di Rayleigh-Jeans prevede di giungere addirittura ad energie infinite!, -> ***“catastrofe ultravioletta”***;

Le evidenze sperimentali mostrano, invece, una energia tendente a zero per una frequenza che tende a valori sempre più grandi.



Previsioni di Rayleigh-Jeans confrontate
con i risultati sperimentali.

TEORIA DI PLANCK DELLA RADIAZIONE DA CORPO NERO

Per tentare di risolvere la contraddizione esistente tra previsioni teoriche e risultati sperimentali, Planck prese in considerazione l'ipotesi di una ***violazione della legge di equipartizione dell'energia.***

Si rendeva necessario trovare una formula per l'energia che la facesse tendere a zero mentre la frequenza tende all'infinito; la legge di equipartizione dell'energia assegna, invece, all'energia media un valore indipendente dalla frequenza.

Andiamo, per un attimo, alle origini di questa legge di equipartizione; essa trae forma da un risultato più generale della meccanica statistica classica chiamata ***distribuzione di Boltzmann***, che dice che $P(E) = e^{-E/kT}/kT$, dove $P(E)$ è la probabilità di trovare una data entità del sistema in un intervallo compreso tra E e $E+dE$, quando il numero degli stati energetici per un'entità in quell'intervallo è indipendente da E.

Per trovare l'energia media basta eseguire

$$E_{media} = \int_0^\infty E\, P(E)\, dE \,/\, \int_0^\infty P(E)\, dE$$

Il risultato è proprio quel kT che abbiamo visto nei paragrafi precedenti

Il grande contributo di Planck fu quello di rendersi conto di poter ottenere una energia tendente a zero per altissime frequenze se avesse modificato il calcolo per arrivare all'E_{media}, trattando ***<u>l'energia come una variabile discreta</u>*** anzichè continua.

Quantitativamente, questo può essere fatto sostituendo, nella formula precedente, l'integrale con una sommatoria. Planck postulò, quindi, che l'energia potesse assumere solo quantità discrete; in particolare che

$$E = nh\nu \qquad \text{con } n = 0,1,2,3,..$$

Il valore numerico della costante h, ottenuto confrontando le sue previsione teoriche con i dati sperimentali, era molto vicino a quello oggi riconosciuto e cioè $h = 6.63*10^{-34}\ J*s$

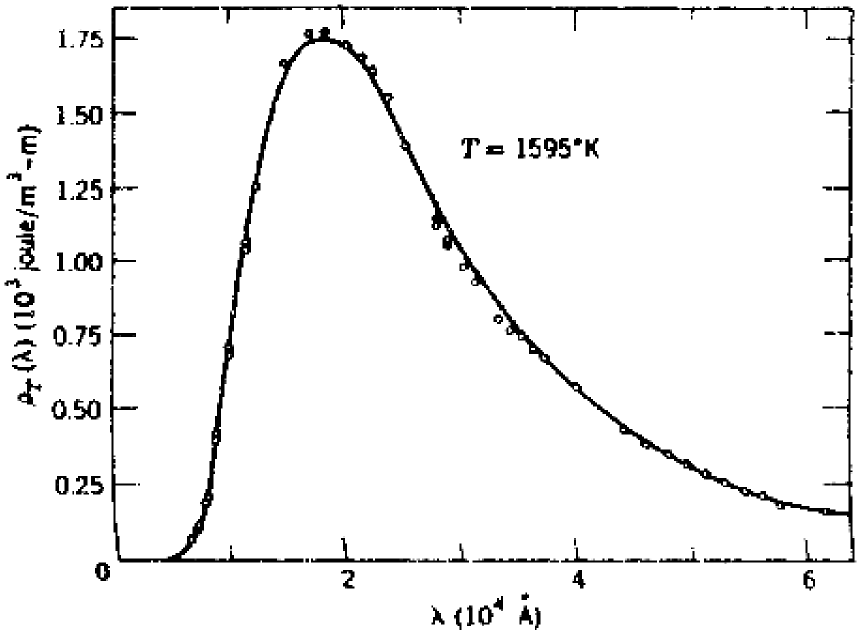
Il valore dell'energia media utilizzando la formula di Planck per l'energia è dunque

$$E(\nu) = h\nu/(e^{h\nu/kT}-1)$$

e, corrispondentemente, il valore della densità di energia è

$$\rho_t(\nu)d\nu = (8\pi h\nu^3/c^3(e^{h\nu/kT}-1))d\nu$$

Questa è la formula di Planck per uno spettro di corpo nero, in completo accordo con i risultati sperimentali.(Il valore di h è oggi $6.57*10^{-34}$ J*s)



Previsioni di Planck (linea continua) confrontate con i dati sperimentali (cerchi) per la densità di energia.

Deriviamo, ora, matematicamente la formula di Planck per l'energia media.
Sappiamo che dobbiamo utilizzare le sommatorie, anzichè gli integrali, pertanto risulta

$$E_{media} = \sum^{\infty} EP(E) \,/\, \sum^{\infty} P(E)$$

Ricorrendo alla distribuzione di Boltzmann, $P(E) = e^{-E/kT}/kT$, considerando $E = nh\nu$ e $\alpha = h\nu/kT$

$$E_{media} = kT \sum^{\infty} n\alpha e^{-n\alpha} / \sum^{\infty} e^{-n\alpha}$$

Questo può essre valutato più facilmente notando che

$$-\alpha\, d\ln(\sum^{\infty} e^{-n\alpha}) = -\alpha\, d(\sum^{\infty} e^{-n\alpha})/\sum^{\infty} e^{-n\alpha} = -\sum^{\infty} \alpha\, d(e^{-n\alpha})/\sum^{\infty} e^{-n\alpha} = \sum^{\infty} n\alpha e^{-n\alpha}/\sum^{\infty} e^{-n\alpha}$$

per cui $E_{media} = kT(-\alpha d\ln\sum^{\infty} e^{-n\alpha}) = -h\nu d\ln\sum^{\infty} e^{-n\alpha}$

Ora, $\sum^{\infty} e^{-n\alpha} = 1 + e^{-\alpha} + e^{-2\alpha} + e^{-3\alpha} + ... = 1 + X + X^2 + X^3 + ...$ con $X = e^{-\alpha}$

ma $(1-X)^{-1} = 1 + X + X^2 + ...$

cosicchè $E_{media} = -h\nu d \ln(1-e^{-\alpha})^{-1} = h\nu e^{-\alpha}/(1-e^{-\alpha}) = h\nu/(e^{\alpha}-1) = h\nu/(e^{h\nu/kT}-1)$

Moltiplicando questa formula per il numero di onde $N(\nu)$ e dividendo per il volume della cavità otteniamo l'espressione di Planck per lo spettro del corpo nero.

IL POSTULATO DI PLANCK E LE SUE IMPLICAZIONI

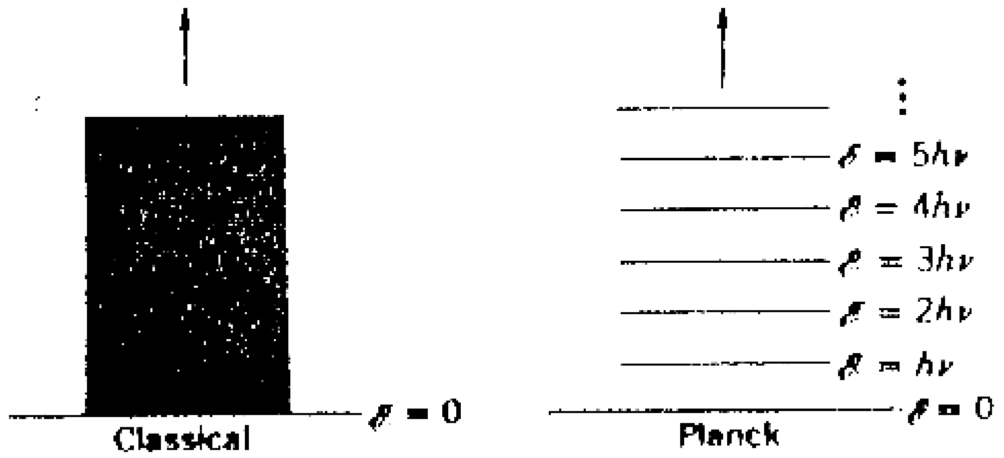
Il contributo di Planck può essere espresso sotto forma di postulato:
Qualsiasi grandezza fisica con un grado di libertà la cui "coordinata" è una funzione sinusoidale del tempo può possedere solo energie totali E tali che sia soddisfatta la relazione

$$E = nh\nu$$

dove ν è la frequenza dell'oscillazione e h una costante universale

La parola coordinata è utilizzata nel suo significato generale per indicare qualunque quantità che descrive le condizioni in quell'istante della grandezza fisica in questione.

Un diagramma dei livelli energetici come quello illustrato nella prossima figura ci mostra il comportamento di una grandezza governata da questo postulato, ed è istruttivo confrontarlo con il comportamento atteso sulle basi della fisica classica.
Il diagramma sulla sinistra presente presenta una **continuità** di linee da zero fino all'infinito, in accordo con le **leggi della fisica classica**; il diagramma sulla destra possiede un numero finito, discreto, di linee, indicanti i vari livelli energetici.
L'energia di una grandezza che obbedisce al postulato di Planck si dice quantizzata, gli stati energetici permessi sono denominati stati quantici e il numero intero *n* è chiamato numero quantico.



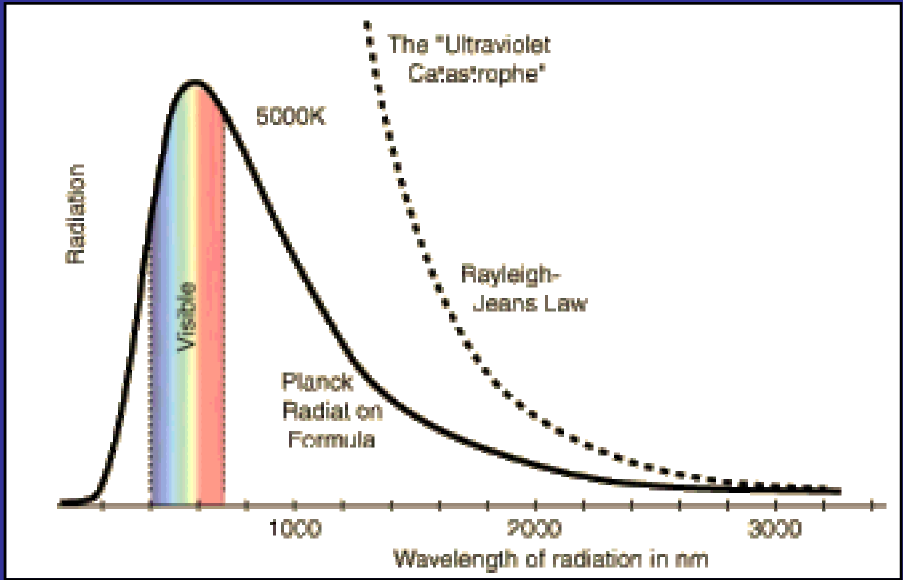
Energie consentite in un sistema “classico” ed in uno che segue il postulato di Planck.

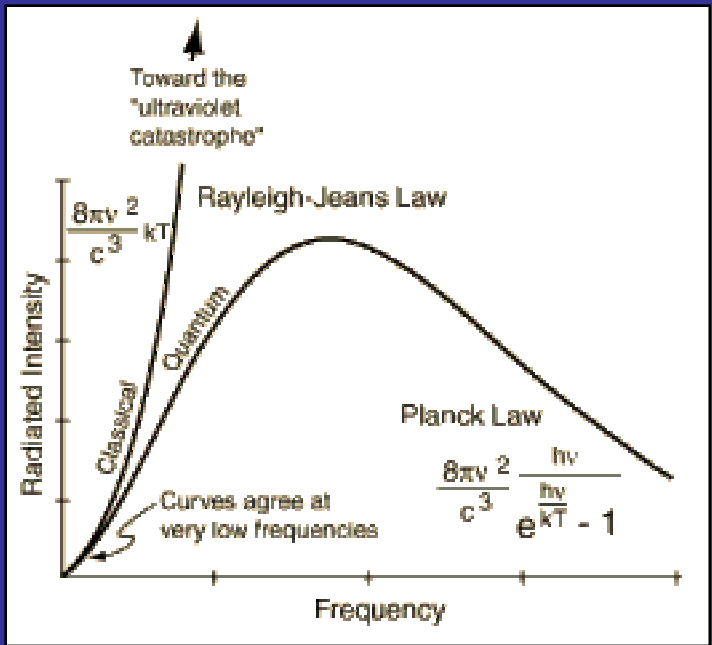
Ci sono dei sistemi fisici il cui comportamento sembra comunque essere in disaccordo con il postulato di Planck; è il caso di un normale pendolo che compie semplici oscillazioni armoniche, e tuttavia tale sistema sembra in grado di possedere un intervallo continuo di valori energetici.

Prendiamo, per esempio, un pendolo di massa m = 0.01 Kg con un braccio di lunghezza 0.1 m e dotato di una oscillazione massima di 0.1 rad con la verticale.
La frequenza di oscillazione del pendolo è $\nu = \sqrt{(g/l)} = 1.6\ s^{-1}$, l'energia massima è mgh = $mgl(1-\cos\theta) = 5 * 10^{-5}$ j. L'energia del pendolo è quantizzata cosicchè le variazioni in energia si manifestano con salti di grandezza $\Delta E = h\nu = 10^{-33}$ j. Il rapporto $\Delta E/E = 2* 10^{-29}$, per cui per misurare la quantizzazione nella riduzione di energia è necessario misurare l'energia con percentuali inferiori a 2 su 10^{29}; è evidente che anche l'apparato sperimentale più sensibile è completamente incapace di ottenere tali risoluzioni.

Ovviamente lo stesso discorso vale per altri esperimenti meccanici; la causa di tutto questo risiede chiaramente nel valore estremamente piccolo della costante di Planck. Infatti, è possibile ridurre formule quantistiche al loro limite classico facendo tendere *h* a 0 in tali formule.

Possiamo verificare la validità del postulato di Planck solo per quei sistemi in cui la frequenza è così alta e/o E piccola in modo che l'ordine di grandezza di ΔE sia il medesimo di E.





Da Raileigh-Jeans a Planck: analisi dello spettro del corpo nero.

La statistica classica prevede che il calore specifico di un solido si uguale a 3R, un risultato verificato da Dulong e Petit per diversi elementi ad alte temperature.

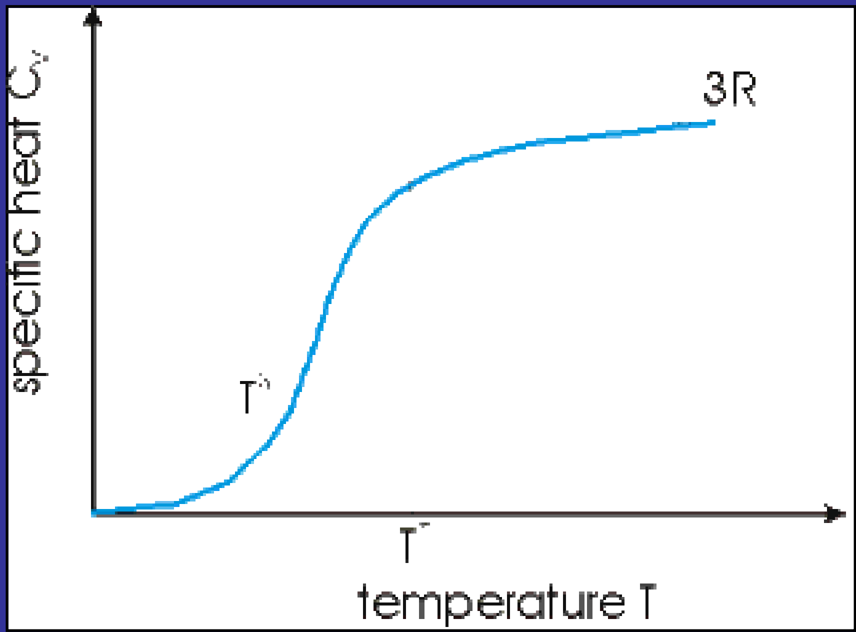
Applicando il teorema di equipartizione dell'energia a un solido in cui ciascun atomo è trattato come una particella con 3 gradi di libertà traslazionali a ciascuno dei quali compete un termine di energia potenziale e un termine di energia cinetica si può stimare l'energia totale *U* relativa a una mole di una determinata sostanza:

$$U = N_A 3\left(\frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT\right)$$

dove N_A è il numero di Avogadro e *k* la costante di Boltzmann.Per la definizione di calore specifico a volume costante:

$$C_v = \frac{dU}{dT} = 3N_A k = 3R$$

I dati sperimentali mostrano, tuttavia, una deviazione dal valore 3R per le basse temperature.



Ipotesi di Einstein (1907):

- ciascun atomo del solido è trattato come oscillatore indipendente, tridimensionale, che vibra attorno alla sua posizione di equilibrio con una frequenza propria ν.
- l'energia classica *kT* dell'oscillatore è sostituita dalla energia ε, ricavata dalla formula di Planck:

$$\varepsilon = \frac{h\nu}{\left(e^{h\nu/kT} - 1\right)}$$

Pertanto l'energia U diventa:

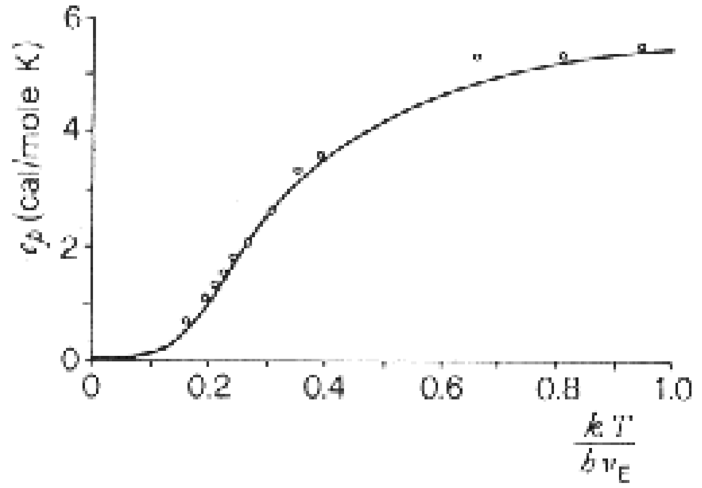
$$U = 3N_A \frac{h\nu}{\left(e^{h\nu/kT} - 1\right)}$$

e quindi il calore specifico risulta:

$$C_V = \frac{d}{dT}U = 3N_A \frac{e^{h\nu/kT}}{\left(e^{h\nu/kT} - 1\right)^2}\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2$$

L'espressione ricavata da Einstein riproduce l'andamento del calore specifico anche a basse temperature.

Si verifica inoltre che a temperature sufficientemente alte, quando cioè kT>>hν, questa espressione tende al valore costante 3R della teoria classica.

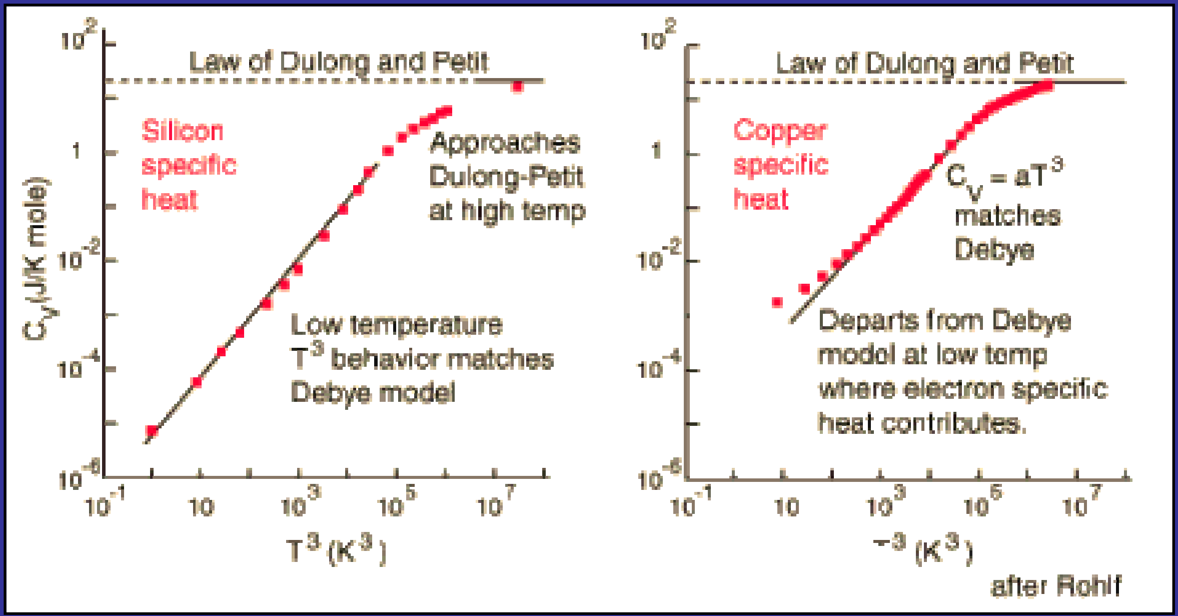


Andamento del calore specifico per il diamante in funzione della temperatura secondo il modello di Einstein assumendo $\nu_E = 2.75 \times 10^{13}\ s^{-1}$. I cerchietti rappresentano i punti sperimentali (A. Einstein, Ann. Phys. **22**, 180 (1907)).

Tuttavia, a temperature estremamente basse la formula di Einstein non interpola i dati in modo soddisfacente. Per avere un risultato più vicino all'andamento sperimentale bisonga considerare che gli oscillatori (ioni del cristallo) non hanno una sola frequenza di vibrazione ma presentano uno spettro di frequenze.

La formula di Einstein deve essere moltiplicata per una funzione di distribuzione delle frequenze e integrata su tutto lo spettro di frequenze.

Si dimostra che C_v dipende da T^3 alle basse temperature.



http://www.aip.org/history/

Sito dell' "American Institute of Physics" con riproduzione di lavori originali della fisica dei primi del 900 e percorsi tematici

http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu

Ipertesto sulla fisica con ampia trattazione delle probelmatiche di fisica moderna e quantisitca

L’effetto fotoelettrico e i quanti di luce

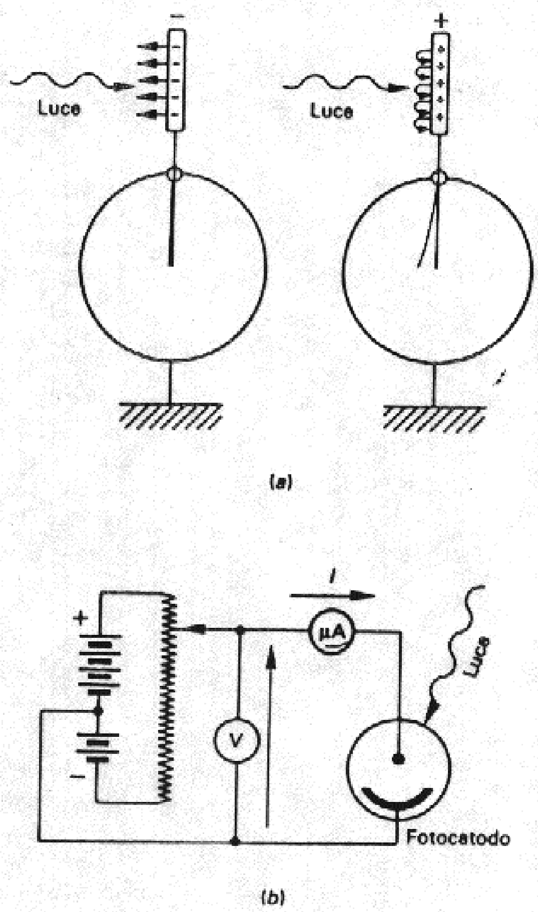


Figura 5.6
Effetto fotoelettrico: (*a*) investito dalla luce, un elettrometro carico negativamente si scarica, un elettrometro carico positivamente no; (*b*) dispositivo per la misura dell'effetto fotoelettrico (V, tensione applicata; I, corrente indotta).

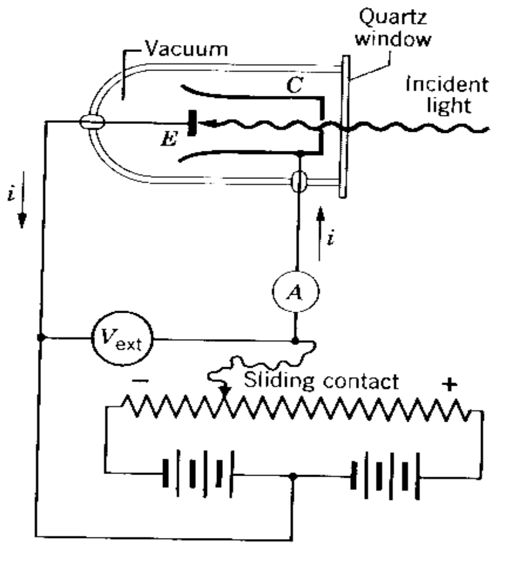
L’effetto fotoelettrico

1887: Prime osservazioni dell’effetto fotoelettrico ad opera di Hertz

1888: W. Hallwachs studiò le leggi che regolano l’emissione di elettroni da superfici metalliche illuminate

1905: A. Einstein interpreta l’effetto fotoelettrico

Sperimentalmente si verifica che una superficie metallica illuminata può emettere elettroni.



An apparatus used to study the photoelectric effect. The collected photoelectrons move in a direction opposite to that indicated by the conventional current arrows.

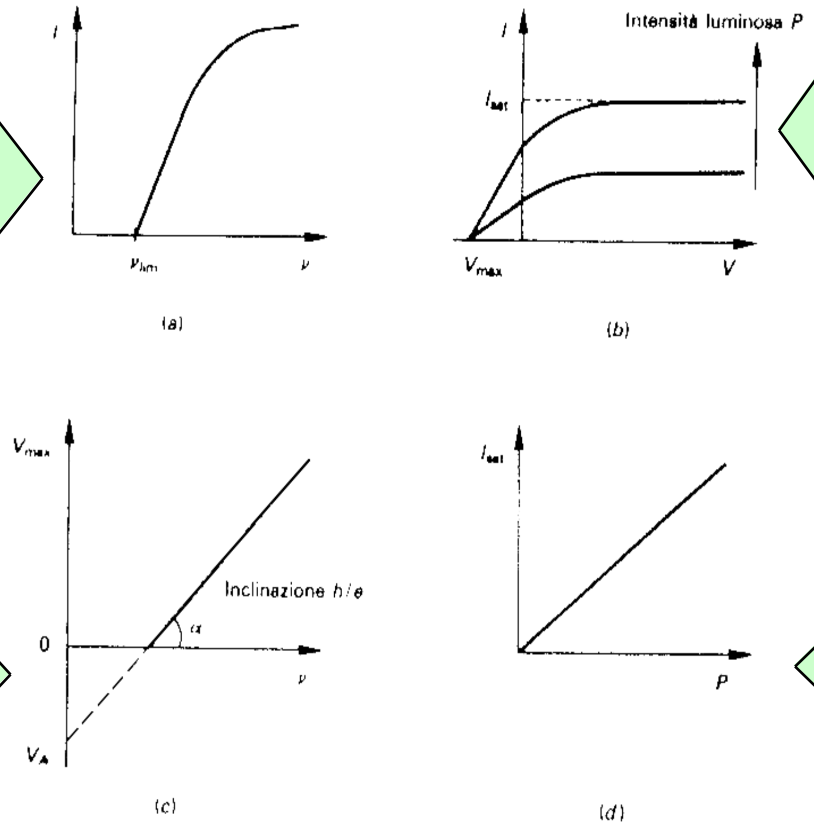
(a) I=I(ν)

Esiste una frequenza di soglia ν_{lim}

(b) I=I(V)

V_{max} (cioé l'energia cinetica massima) non dipende dalla potenza incidente P;

La corrente di saturazione I_{sat} cresce con P



(c)

$V_{max} = V_{max}(\nu)$

V_{max} dipende dalla frequenza ν

(d) $I_{sat}=I_{sat}(P)$

I_{sat} dipende linearmente da P

Misura dell'effetto fotoelettrico. (*a*) La corrente indotta I è data in funzione della frequenza della luce: al di sotto del valore limite ν_{lim} non si ha emissione di fotoelettroni. (*b*) Le curve illustrano l'andamento della corrente I in funzione della tensione applicata V: i valori positivi di V indicano che l'elettrodo illuminato è il catodo; V_{max} è la più grande differenza di potenziale negativa in presenza della quale i fotoelettroni riescono ancora a circolare quando viene illuminato l'anodo; la corrente di saturazione I_{sat} è funzione dell'intensità luminosa P. (*c*) Grafico di V_{max} in funzione di ν; i valori di h/e e di V_A sono misurati rispettivamente dalla pendenza della retta e dall'intersezione di questa con l'asse delle ordinate. (*d*) Andamento della corrente di saturazione I_{sat} in funzione di P: la corrente cresce linearmente con l'intensità luminosa.

Il problema della intensità

La corrente di saturazione é proporzionale alla intensità luminosa incidente P

MA

l'energia cinetica massima KE_{max} non dipende da P.

Il problema della frequenza

Gli esperimenti indicano che ogni superficie é caratterizzata da una frequenza di taglio v_{min}

Il problema del tempo di emissione

Questo scarto di tempo non é mai stato misurato

Luce: natura ondulatoria o corpuscolare?

Assumiamo che la luce sia composta da onde elettromagnetiche, e che queste onde trasportino energia. Quindi, se un'onda luminosa colpisce un elettrone in uno degli atomi del metallo, può trasferirgli sufficiente energia per lasciare l'atomo e schizzare fuori dalla superficie.

Intensità luminosa: $I \sim |\underline{E}|^2$ con $\underline{E}$ = campo elettrico

Forza agente sull'elettrone: $\underline{F} \sim -e\underline{E}$

A patto che E , e quindi l'intensità I, sia sufficientemente grande è possibile strappare l'elettrone del solido.

Perché "assumiamo" che la luce sia composta di onde"? C'è qualche altra possibilità? Storicamente, la luce è stata di tanto in tanto considerata come una particella piuttosto che un'onda; Newton, per esempio, la pensava in questo modo. **Il punto di vista corpuscolare venne molto screditato dall'esperimento della doppia fenditura di Young, che convinse tutti che la luce dovesse essere un'onda**. All'inizio del XX secolo, tuttavia, alcuni fisici - **Einstein**, per dirne uno - tornarono ad esaminare il punto di vista corpuscolare. Einstein notò che esperimenti accurati sull'effetto fotoelettrico avrebbero potuto mostrare se la luce consiste di particelle o di onde.

Intuitivamente si potrebbe pensare che l'effetto fotoelettrico possa manifestarsi indipendentemente da quale dei due punti di vista è corretto. In un modo o nell'altro, la luce trasporta energia, ed è in grado di espellere gli elettroni dal metallo.

Tuttavia i dettagli dell'effetto fotoelettrico risultano diversi a seconda che la luce consista di particelle o di onde.

Se si tratta di onde, l'energia contenuta nell'onda dovrebbe dipendere solo dall'ampiezza--cioè dall'intensità della luce. Altri fattori, come la frequenza, non dovrebbero essere influenti.

Quindi, ad esempio, a parità di intensità la luce rossa e quella ultravioletta dovrebbero espellere lo stesso numero di elettroni, e l'energia cinetica massima dei due insiemi di particelle dovrebbe essere la stessa.

Decrescendo l'intensità si dovrebbero ottenere meno elettroni, che si muovono con velocità minore (cioé l'energia cinetica degli elettroni dipende dalla intensità); se la luce è troppo debole, non si dovrebbe ottenere alcun elettrone, qualunque sia la frequenza della luce.

Ipotesi corpuscolare

Che cosa cambierebbe se supponessimo che la luce fosse costituita da particelle? Saremmo in grado di spiegare i risultati degli esperimenti basati sull'effetto fotoelettrico?

La spiegazione che Einstein diede é basata sugli studi di Planck relativi alla radiazione di corpo nero.

Nel 1900, Max Planck stava lavorando sul problema di come la radiazione emessa da un oggetto è legata alla sua temperatura. Ottenne una formula che era in buonissimo accordo con i dati sperimentali; la formula però aveva senso solo se si accettava che l'energia di una molecola oscillante fosse quantizzata--cioè, che potesse assumere solo determinati valori. L'energia avrebbe dovuto essere proporzionale alla frequenza di oscillazione, e risultava propagarsi in piccoli "pacchetti", multipli del prodotto della frequenza per una certa costante. Questa costante divenne nota come costante di Planck, o h, ed ha il valore di 6.63×10^{-34} Joule s.

L’idea che l'energia potesse trasmettersi solo in "pacchetti" discreti (per quanto molto piccoli) era assolutamente rivoluzionaria. Planck in realtà non si rese conto sul momento della novità radicale del suo lavoro; egli pensava di aver solo giocato un po' con la matematica per arrivare alla "riposta giusta", ed era convinto che qualcun altro avrebbe trovato una spiegazione migliore per la sua formula.

Basandosi sul lavoro di Planck, Einstein propose che anche la luce trasportasse la sua energia in pacchetti; essa consisterebbe dunque di piccole particelle, o quanti, chiamate in seguito fotoni (G. N. Lewis, A. H. Compton), ognuna con un'energia *E* uguale alla costante di Planck, h, moltiplicata per la frequenza ν.

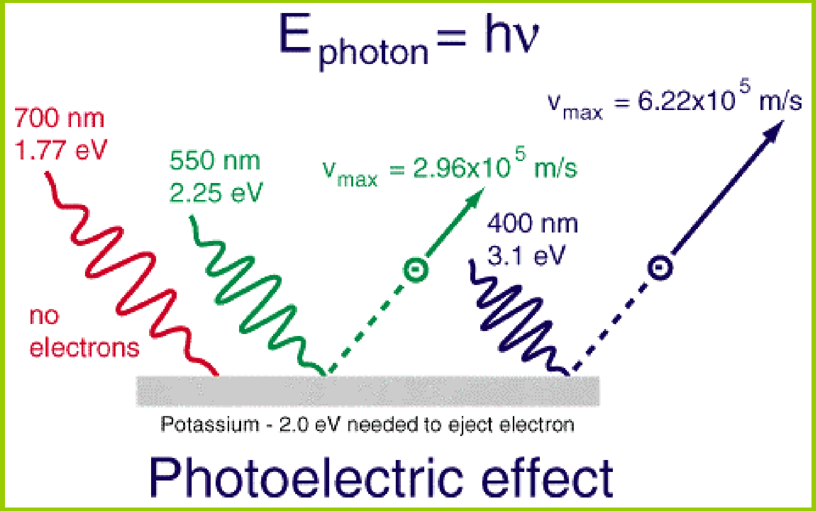
$$E=h\nu$$

Einstein basò le sue conclusioni sullo studio delle fluttuazioni dell’energia elettromagnetica nella cavità (corpo nero):
- esse seguono la stessa legge che si ha per un gas di particelle
- quindi la propagazione e.m. ha un carattere corpuscolare

In questo caso, la frequenza della luce sarebbe importante per l'effetto fotoelettrico.

(a) fotoni con maggiore frequenza hanno più energia, quindi dovrebbero espellere gli elettroni con una velocità maggiore; perciò, scegliendo una luce della stessa intensità ma di frequenza maggiore, l'energia cinetica massima degli elettroni emessi dovrebbe aumentare.

(b) se si lascia invariata la frequenza e si aumenta l'intensità, dovrebbero essere emessi più elettroni (poichè ci sono più fotoni che li colpiscono), ma non con maggiore velocità, poichè ogni singolo fotone ha ancora la stessa energia.



Effetto fotoelettrico con radiazione visibile di diversa lunghezza d'onda: 700 nm (rosso), 500 nm (verde) e 400 nm (violetto)

(c) se la frequenza è sufficientemente bassa, nessun fotone avrà abbastanza energia per espellere un elettrone dall'atomo. Quindi, se si usa luce a frequenza molto bassa, non si dovrebbe ottenere nessun elettrone, indipendentemente da qual è l'intensità della luce. Viceversa, se si usa luce a frequenza molto alta, si dovrebbe riuscire ad espellere qualche elettrone anche se l'intensità è molto bassa.

1. Sulla base dell'intuizione di Planck, Einstein considerò che l'energia della radiazione elettromagnetica é localizzata in pacchetti o "quanti", ciascuno con energia:

$$E = h\nu$$

dove h é la costante di Planck e ν la frequenza della luce.

2. Tutta l'energia di una pacchetto é ceduta all'elettrone di in atomo. Per fotoni di bassa frequenza, l'energia di un singolo fotone non é sufficiente a causare l'emissione di un elettrone. Tuttavia, per frequenze sufficientemente alte (maggiori di una frequenza di soglia ν_{min}), l'energia del fotone é superiore a una certa soglia di energia W necessaria a strappare l'elettrone dell'atomo.

3. Per il principio di conservazione dell'energia:

$$h\nu = KE + W$$

dove KE é l'energia che l'elettrone possiede in eccesso rispetto a quella del fotone incidente. Pertanto l'energia cinetica dell'elettrone emesso risulta:

$$KE = h\nu - W$$

Per gli elettroni di valenza in un metallo, W é la cosiddetta "funzione lavoro" che indicheremo con ϕ. Questi elettroni saranno quelli con la massima energia cinetica KE, secondo la formula:

$$KE_{max} = h\ \nu - \phi$$

4. Dal punto di vista sperimentale é conveniente misurare il potenziale V_{max} richiesto per ridurre a zero la corrente I di elettroni che giunge all'anodo. Quando la corrente é nulla, possiamo stabilire una relazione tra V e Ke_{max}

$$eV_{max} = KE_{max} = 1/2\ mv_{max}^2 = h\nu - \phi$$

5. Pertanto, un grafico del potenziale V in funzione della frequenza ν é una linea retta con pendenza h/e e intercetta ν_{min}, corrispondente al valore V=0.

TEORIA CLASSICA	TEORIA QUANTISTICA
Classicamente: $I \propto E^2$. Poiché $F=-eE$, all'aumentare di I aumenta il campo E e di conseguenza aumentano la f orza agente sull'elettrone e la sua energia cinetica	Se raddoppiamo P, raddoppia il numero di fotoni e quindi la corrente fotoelettrica. Il processo di emissione rimane inalterato poiché non varia in questo caso l'energia dei f otoni o i singoli processi fotoelettrici
Secondo la teoria classica l'effetto fotoelettrico dovrebbe aver luogo ad ogni frequenza a patto che la luce sia sufficientemente intensa da fornire l'energia necessaria ad emettere un fotoelettrone	Se $KE_{max}=0 \Rightarrow h\nu=\phi=h\nu_{min}$. Quindi se $\nu=\nu_{min} \Rightarrow$ la corrente I all'anodo é nulla.
La teoria classica prevede che per intensità P sufficientemente deboli vi sia uno scarto di tempo misurabile tra il processo di assorbimento della luce e quello di emissione dell'elettrone	L'energia viene ceduta in pacchetti, non é progressivamente assorbita dall'onda