MODELLO DI DRUDE

J.J. THOMSON : scoperta dell'elettrone (1897)

DRUDE : teoria della conduzione elettrica e termica nei metalli basata sulla teoria cinetica dei gas applicata ai metalli considerati come un gas di elettroni liberi.

$$\frac{N}{V} = n = 0.6022 \times 10^{24} \frac{Z \rho_m}{A}$$

$$\frac{\rho_m}{A} = \text{moli}/\text{cm}^3$$

ρ_m = densità di massa (g/cm^3) $\quad$ A = massa atomica (g)

1 mole = massa atomica espressa in grammi.

$$\frac{V}{N} = \frac{1}{n} = \frac{4\pi r_s^3}{3}$$

r_s = raggio di una sfera il cui volume corrisponde a quello a disposizione di un elettrone

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2} = 0.529 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$r_s / a_0 \sim 2-3$

$n \sim 0.91 \times 10^{22}$ (Cs) $\sim 24.7 \times 10^{22}$ (Be) $\quad$ atomi/cm^3

$n \sim 10^3 \; n_{gas}$ (RT, p ATM).

GAS DI ELETTRONI DENSO TRATTATO COME UN GAS DILUITO DI PARTICELLE NEUTRE.

IPOTESI DI BASE:

1. NON CI SONO INTERAZIONI e-e TRA COLLISIONI SUCCESSIVE (ELETTRONI INDIPENDENTI)

   NON CI SONO INTERAZIONI e-CORE TRA COLLISIONI SUCCESSIVE (ELETTRONI LIBERI)

2. COLLISIONI: EVENTI CHE ALTERANO ISTANTANEAMENTE LA VELOCITÀ DI UN ELETTRONE.

   COLLISIONI ~ ELETTRONE-CORE

3. PROBABILITÀ DI COLLISIONE $= 1/\tau$

   τ = TEMPO DI RILASSAMENTO, INDIPENDENTE DALLA POSIZIONE E DALLA VELOCITÀ DELL'ELETTRONE

4. GLI ELETTRONI RAGGIUNGONO L'EQUILIBRIO TERMICO CON IL LORO INTORNO SOLO ATTRAVERSO LE COLLISIONI.

   DOPO CIASCUNA COLLISIONE L'ELETTRONE EMERGE CON UNA VELOCITÀ CHE NON HA ALCUNA RELAZIONE CON QUELLA PRIMA DELL'URTO, MA OBBEDISCE ALLA STATISTICA CHE DESCRIVE LA DISTRIBUZIONE DI VELOCITÀ NEL PUNTO IN CUI LA COLLISIONE È AVVENUTA.

DRUDE DERIVÒ LE SEGUENTI GRANDEZZE:

1. CONDUCIBILITÀ DC
2. CONDUCIBILITÀ AC
3. COEFFICIENTE DI HALL
4. CONDUCIBILITÀ TERMICA.

CONDUCIBILITÀ ELETTRICA DC

$$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad ; \quad \sigma = \frac{ne^2\tau}{m}}$$

$$\vec{v}_{media} = \frac{-e\vec{E}}{m}\tau$$

$V = RI$ (LEGGE DI OHM)

$\vec{E} = \rho \vec{j} \qquad \vec{j} = \sigma \vec{E}$

$$\vec{j} = -ne\vec{v}$$

$$\vec{j} = -ne\frac{-e\vec{E}}{m}\tau = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}$$

ATTENZIONE: NEI METALLI LA RESISTIVITÀ DIPENDE DA T

ρ_μ = RESISTIVITÀ IN $\mu\Omega \cdot cm$

$$\tau = \left(\frac{0.22}{\rho_\mu}\right)\left(\frac{r_s}{a_0}\right)^3 \times 10^{-14}\ sec \quad \Rightarrow \tau\ 10^{-14} - 10^{-15}\ sec.$$

ρ_μ → MISURATA

$l = v_0 \tau$ = LIBERO CAMMINO MEDIO

Se $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{3}{2}k_B T$ (TEOREMA DI EQUIPARTIZIONE DELL'ENERGIA)

$\Rightarrow v_0 \sim 10^7\ cm/sec$ (R.T.)

$\Rightarrow l \sim 1-10\ \mathring{A}$ paragonabile alle distanze interatomiche

$\overset{?}{\Rightarrow}$ COLLISIONI DOVUTE ALLO SCATTERING CON IL CORE

MODELLO DI SOMMERFELD: v_0 È UN ORDINE DI GRANDEZZA MAGGIORE A R.T. (COMUNQUE PRATICAMENTE INDIPENDENTE DA T). INOLTRE τ (CALCOLATO SULLA BASE DI ρ_μ) ALLE BASSE T È UN ORDINE DI GRANDEZZA MAGGIORE CHE A RT.

$\Rightarrow \quad \ell \sim 10^3 \, \mathring{A}$ alle basse T, IN DISACCORDO CON L'IPOTESI DI SCATTERING DAL CORE DEGLI ATOMI!

$$\vec{j} = -ne\vec{v} = -ne\,\frac{\vec{p}(t)}{m} \qquad \text{con} \quad \vec{v} = \frac{\vec{p}(t)}{m}$$

$1/\tau$ = probabilità di collisione

VOGLIAMO CALCOLARE $\vec{p}$ AL TEMPO $t+dt$.

PROBABILITÀ DI COLLISIONE : $\dfrac{dt}{\tau}$

SE L'ELETTRONE NON È SOGGETTO A COLLISIONI, $\vec{p}$ EVOLVE SOTTO L'INFLUENZA DI UN CAMPO ESTERNO CHE ESERCITA UNA FORZA $\vec{f}(t)$.

$$\vec{p}(t+dt) = \left(1-\frac{dt}{\tau}\right)\left[\vec{p}(t) + \vec{f}(t)\,dt + O(dt)^2\right]$$

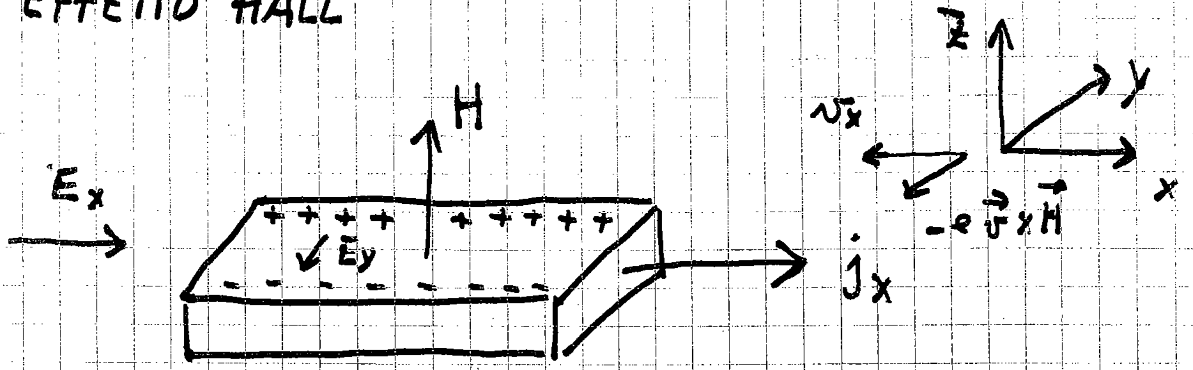
$$\vec{p}(t+dt) - \vec{p}(t) = -\frac{dt}{\tau}\,\vec{p}(t) + \vec{f}(t)\,dt + O(dt)^2$$

$dt \to 0$

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \underbrace{-\frac{\vec{p}(t)}{\tau}}_{} + \vec{f}(t)}$$

L'EFFETTO DELLE COLLISIONI TRA ELETTRONI È QUELLO DI INTRODURRE UN TERMINE DI "ATTRITO VISCOSO"

EFFETTO HALL



FORZA DI LORENTZ: $\quad -\frac{e}{c}\vec{v}\times\vec{H}$

$$\rho(H) \equiv \frac{E_x}{j_x} \qquad \text{MAGNETORESISTENZA}$$

$$R_H = \frac{E_y}{j_x H} \qquad \text{COEFFICIENTE DI HALL}$$

POICHÈ IL CAMPO DI HALL (E_y) È NELLA DIREZIONE NEGATIVA LUNGO y, CI SI ASPETTA CHE $R_H < 0$.
(QUESTO SULLA BASE DEL FATTO CHE ABBIAMO CONSIDERATO PORTATORI DI CARICA NEGATIVI).

APPLICHIAMO A QUESTO CASO L'EQUAZIONE PER $\vec{p}(t)$.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -\frac{\vec{p}}{\tau} - e\left(\vec{E} + \frac{\vec{p}}{mc}\times\vec{H}\right)$$

STATO STAZIONARIO: LA CORRENTE NON DIPENDE DAL TEMPO.

$$\begin{cases} 0 = -eE_x - \omega_c p_y - \dfrac{p_x}{\tau} \\ 0 = -eE_y + \omega_c p_x - \dfrac{p_y}{\tau} \end{cases}$$

CON $\quad \omega_c \equiv \frac{eH}{mc}$

ESSENDO $\vec{j} = -ne\vec{v}$, $\vec{j} = \sigma\vec{E}$, $\sigma = \dfrac{ne^2\tau}{m}$, OTTENIAMO, MOLTIPLICANDO AMBO I MEMBRI PER $-ne\tau/m$:

$$\begin{cases} \sigma_0 E_x = \omega_c \tau j_y + j_x \\ \sigma_0 E_y = -\omega_c \tau j_x + j_y \end{cases}$$

DOVE σ_0 È LA CONDUCIBILITÀ DC DI DRUDE IN ASSENZA DI CAMPO H.

IL CAMPO DI HALL E_y SI DETERMINA IMPONENDO CHE NON CI SIA CORRENTE TRASVERSA j_y.

$$E_y = -\left(\frac{\omega_c \tau}{\sigma_0}\right) j_x = -\left(\frac{H}{nec}\right) j_x$$

DI CONSEGUENZA:

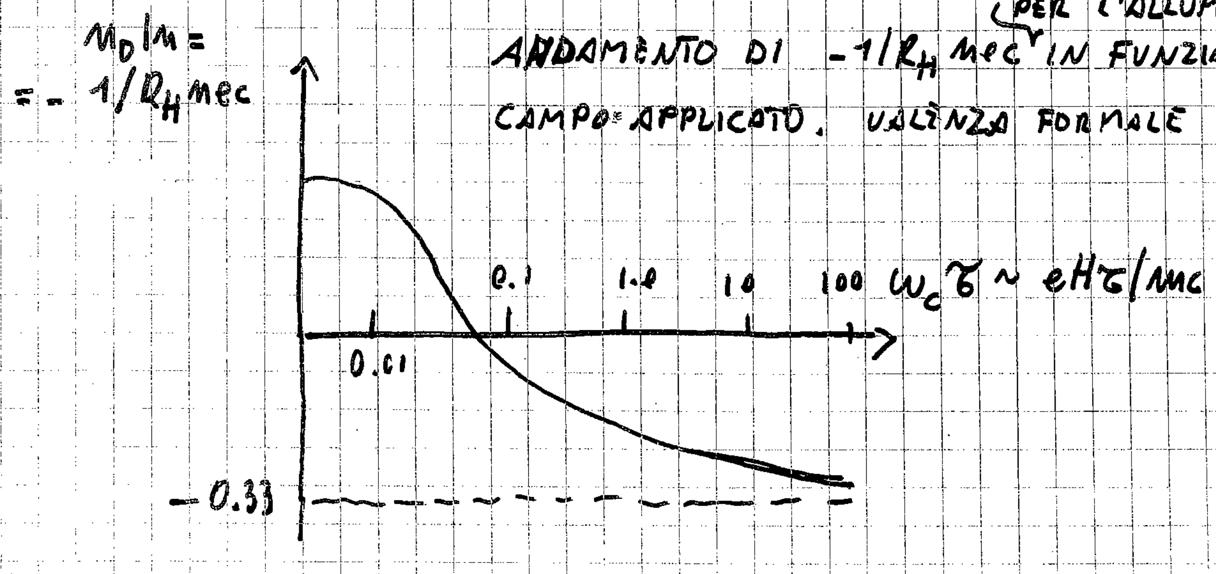
$$R_H = \frac{E_y}{j_x H} = -\frac{1}{nec}$$

QUINDI R_H DIPENDE SOLO DALLA DENSITÀ DEI PORTATORI.

ω_c = FREQUENZA DI CICLOTRONE, CIOÈ LA FREQUENZA ANGOLARE DI ROTAZIONE DI UN ELETTRONE LIBERO IN UN CAMPO MAGNETICO.

Be, Mg, In, Al : $-1/R_H nec = -0.2 \sim -0.4$

ANDAMENTO DI $-1/R_H nec$ PER L'ALLUMINIO IN FUNZIONE DEL CAMPO APPLICATO. VALENZA FORMALE = 3



I RISULTATI DI DRUDE NON SPIEGANO PERCHÉ:

R_H DIPENDE DAL CAMPO H

R_H DIPENDE DA T

R_H POSITIVO: CARICA POSITIVA?

CONDUCIBILITÀ TERMICA:

$$\boxed{\frac{K}{\sigma T} = \frac{3}{2}\left(\frac{K_B}{e}\right)^2} = 1.11 \times 10^{-8} \text{ watt-ohm}/K^2$$

LEGGE DI WIEDEMANN E FRANZ.

OTTIMO ACCORDO CON I DATI SPERIMENTALI, A MENO DI UN FATTORE $\frac{1}{2}$

TUTTAVIA L'ACCORDO È SOLO FORTUITO, DOVUTO A DUE ERRORI CHE SI ELIDONO A VICENDA.

- A TEMPERATURA AMBIENTE c_V (elettronico) $\sim \frac{1}{100}$ DEL VALORE PREVISTO DAL MODELLO
- MA LA VELOCITÀ MEDIA È CIRCA 100 VOLTE MAGGIORE.

$$\frac{K}{\sigma} = \frac{\frac{1}{3} v l c_V}{\frac{ne^2\tau}{m}} = \frac{\frac{1}{3} v^2 \tau c_V}{\frac{ne^2\tau}{m}} = \frac{\frac{1}{3} c_V m v^2}{ne^2}$$

$$\begin{cases} c_V = \frac{3}{2} n K_B \\ \frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} K_B T \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{K}{\sigma} = \frac{3}{2}\left(\frac{K_B}{e}\right)^2 T$$

DR