

Spin nucleare e struttura iperfine

Struttura degli spettri atomici che deriva dall'esistenza di uno spin e di un momento magnetico del nucleo.

momento angolare meccanico

$$|\mathbf{I}| = \sqrt{I(I+1)}\hbar$$

Il numero quantico I può essere intero o semintero.

Si conoscono nuclei con valori di I compresi fra 0 e 15/2

$$I_z = m_I \hbar \quad \text{con} \quad m_I = I, I-1, \dots, -I$$

Allo spin nucleare è associato un momento di dipolo magnetico

$$\mu_I = \frac{g_I \mu_N}{\hbar} \mathbf{I}$$

magnetone nucleare $\mu_N = e\hbar/2m_p$

$$\mu_N = \mu_B/1836 = 0,505 \times 10^{-26} \text{ A m}^2$$

finora non si è riusciti a esprimere g_I in funzione di altri numeri quantici

$$(\mu_I)_z = g_I \mu_N m_I$$

Il valore massimo che può assumere m_I è I

$$|\mu_I|_{\max} = g_I \mu_N I$$

Numero quantico relativo allo spin nucleare

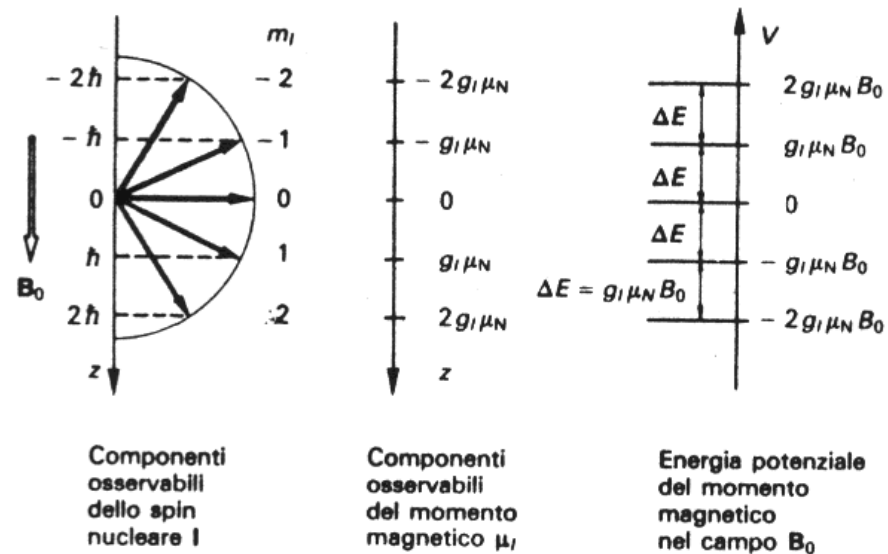
Isotopo	I	Isotopo	I
^1H	$1/2$	^{15}N	$1/2$
^2H	1	$^{16,18}\text{O}$	0
^7Li	$3/2$	^{17}O	$5/2$
^{12}C	0	^{19}F	$1/2$
^{13}C	$1/2$	^{23}Na	$3/2$
^{14}N	1	^{199}Hg	$1/2$

1. Numero pari di protoni e pari di neutroni, $I = 0$;
2. Numero pari di neutroni e dispari di protoni, $I = \text{intero}/2$;
3. Numero dispari di protoni e neutroni, $I = \text{intero}$.

Per semplicità, si suol dire che
il nucleo ha momento magnetico $\mu_I = g_I I \mu_N$

Esempi: $\mu_I(^1\text{H}) = + 2,79 \mu_N$; $I = \frac{1}{2}$; $g_I = 5,58$

$\mu_I(^{40}\text{K}) = - 1,29 \mu_N$; $I = 4$; $g_I = - 0,32$



Rispetto a una direzione privilegiata, che qui è quella di un campo magnetico esterno B_0 , lo spin nucleare I (in figura, con $I = 2$) ha un numero discreto di orientazioni possibili (*a sinistra*). Corrispondentemente si hanno valori discreti per la componente misurabile del momento magnetico (*al centro*) e per l'energia potenziale (*a destra*).

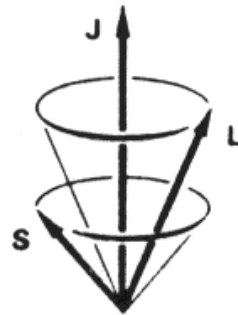
nuclei con spin nucleare nullo ($I = 0$)

non danno alcun contributo alla struttura iperfine

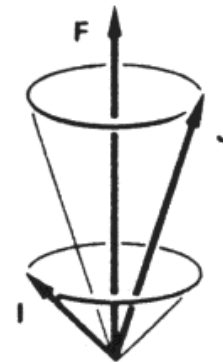
${}^4_2\text{He}$, ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{56}_{26}\text{Fe}$, ${}^{88}_{38}\text{Sr}$, ${}^{114}_{48}\text{Cd}$, ${}^{180}_{72}\text{Hf}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$, ${}^{238}_{92}\text{U}$

Accoppiamento tra J ed I: momento angolare totale F

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}$$



(a)



(b)

(a) La composizione dei vettori \mathbf{S} (spin) ed \mathbf{L} (momento angolare orbitale) dà il momento angolare elettronico complessivo \mathbf{J} . (b) La composizione dei vettori \mathbf{J} (momento angolare elettronico) e \mathbf{I} (momento angolare nucleare) dà il momento angolare totale dell'atomo \mathbf{F} .

$$|\mathbf{F}| = \sqrt{F(F+1)} \hbar$$

$$F = J+I, J+I-1, \dots, J-I$$

$$V_{\text{HFS}} = -\boldsymbol{\mu}_I \cdot \mathbf{B}_J$$

$$\begin{aligned} V_{\text{HFS}} &= -\mu_I B_J \cos(\boldsymbol{\mu}_I, \mathbf{B}_J) \\ &= g_I \mu_N \sqrt{I(I+1)} B_J \cos(\mathbf{I}, \mathbf{J}) \end{aligned}$$

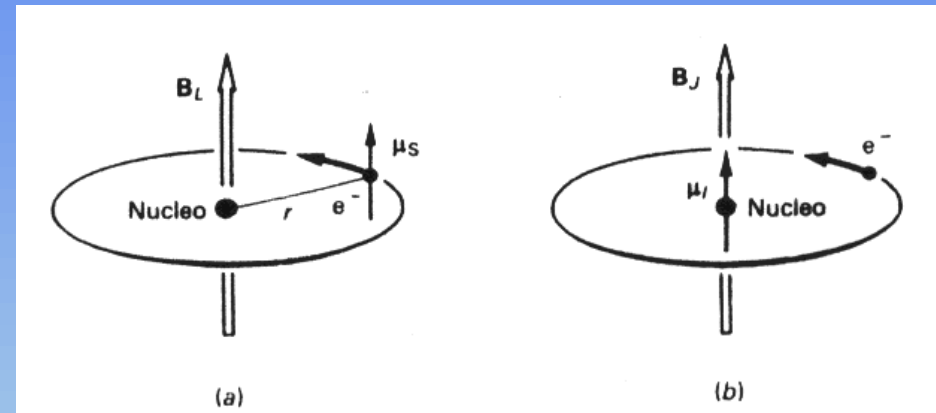


Figura 20.4

(a) Calcolo dell'interazione spin-orbita: il momento magnetico intrinseco μ_s dell'elettrone interagisce con il campo magnetico B_L relativo al moto orbitale. (b) Calcolo dell'interazione iperfine: il momento magnetico μ_I del nucleo interagisce con il campo magnetico B_J generato dagli elettroni.

$$\cos(\mathbf{I}, \mathbf{J}) = \frac{F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)}{2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{I(I+1)}}$$

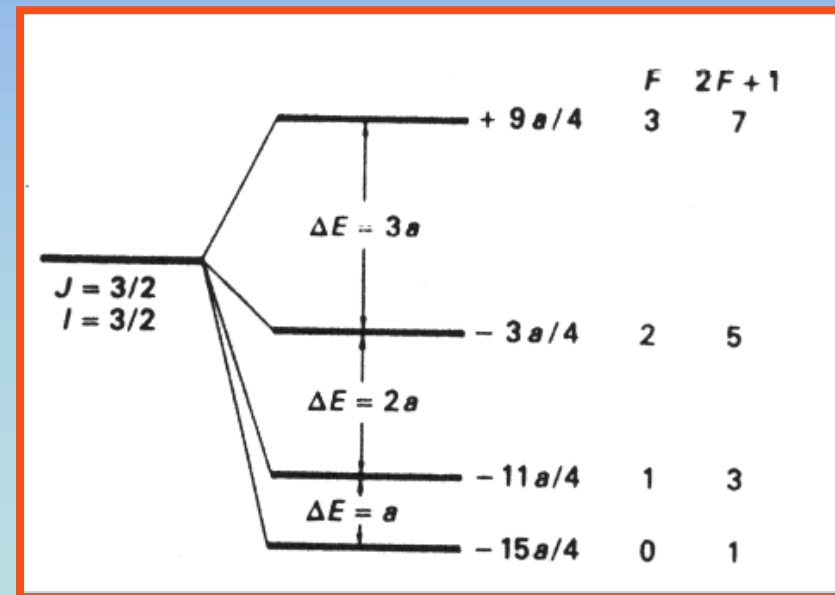
$$F(F+1) = J(J+1) + I(I+1) + 2\sqrt{J(J+1)}\sqrt{I(I+1)} \cos(\mathbf{I}, \mathbf{J})$$

$$\Delta E_{\text{HFS}} = \frac{a}{2} [F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]$$

$$a = \frac{g_I \mu_N B_J}{\sqrt{J(J+1)}}$$



Costante di
struttura
iperfine



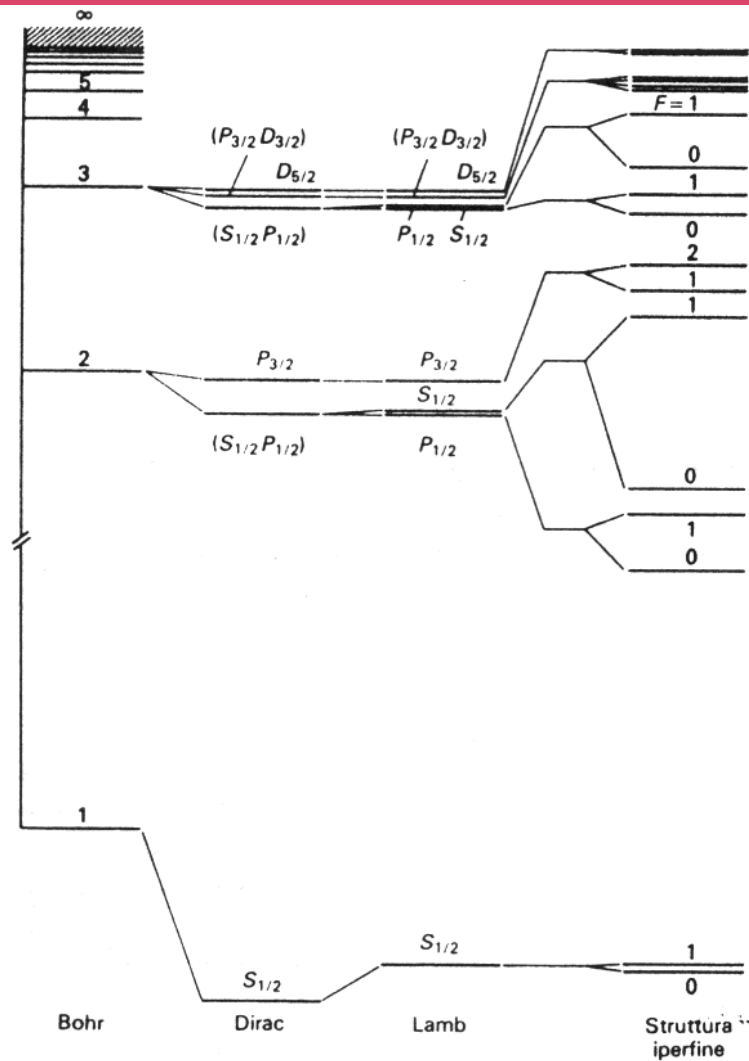
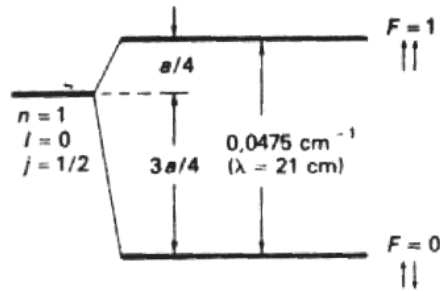


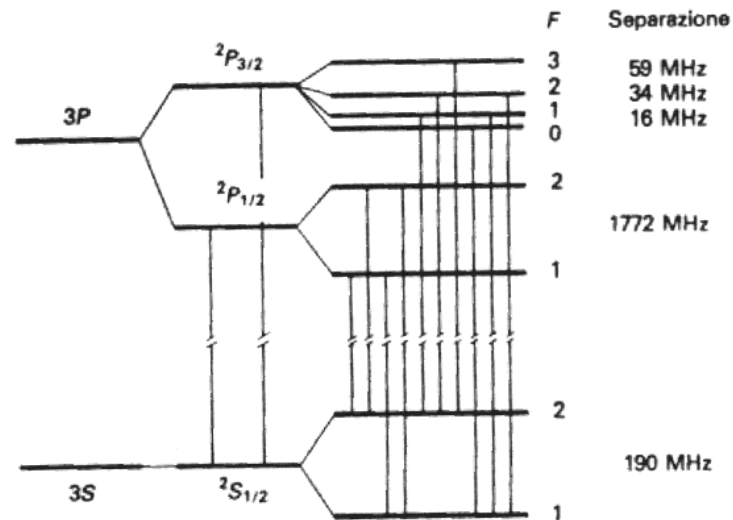
Figura 20.6

Schema dei livelli energetici dell'atomo di idrogeno e loro separazione iperfine. Tutti i livelli di struttura fine (vedi fig. 12.20) sono sdoppiati dall'interazione con lo spin del protone. La dimensione della separazione non è riportata in scala: in particolare è stata ingrandita la scala per la transizione dai livelli energetici di Bohr alla struttura fine e a quella iperfine, per poter visualizzare le differenze di energia, che diventano sempre più piccole da sinistra verso destra. Nella separazione iperfine la scala cresce dal basso verso l'alto. La separazione iperfine nello stato fondamentale $n = 1$ è ingrandita al massimo.

Atomo di idrogeno. Stato fondamentale



Struttura iperfine dello stato fondamentale dell'atomo di idrogeno: gli spin dell'elettrone e del protone possono essere paralleli o antiparalleli; la separazione iperfine è sei volte più piccola del Lamb shift dei livelli



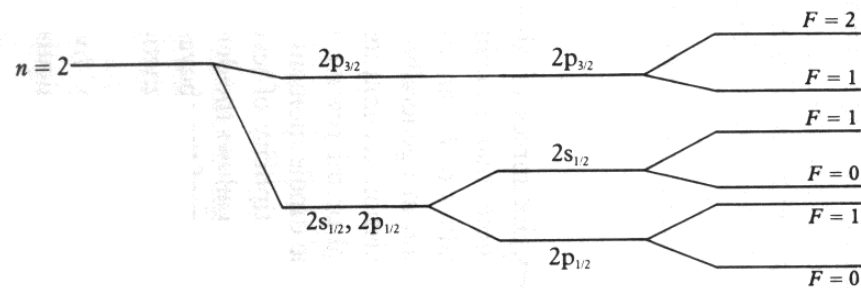
Separazione iperfine (in megahertz) dei livelli più bassi dell'atomo di sodio con le transizioni permesse.

Atomo di sodio. Doppietto D₁, D₂

Struttura iperfine dell'idrogeno e del deuterio

^1H : Idrogeno, $I=1/2$

^2H : Deuterio, $I=1$



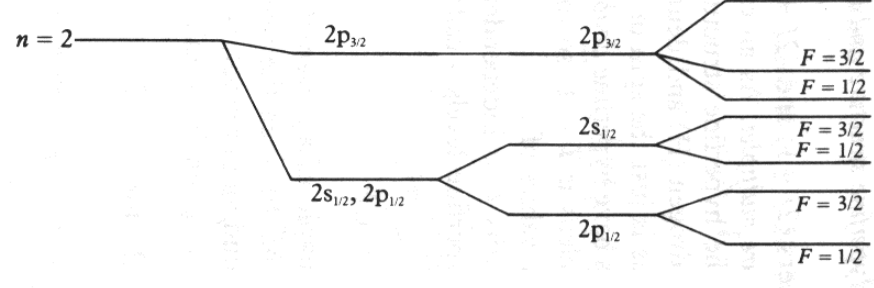
Bohr

Dirac

Lamb
shift

Hyperfine
levels

Hydrogen



Bohr

Dirac

Lamb
shift

Hyperfine
levels

Deuterium

Struttura iperfine di atomi in campo magnetico

Al campo “interno” B_J si sovrappone un campo esterno B_0

Due casi estremi:

B_0 debole: effetto Zeeman sulla struttura iperfine.

Si conserva l'accoppiamento tra I e J

B_0 forte: effetto Paschen-Back sulla struttura iperfine.

Rottura dell'accoppiamento tra I e J

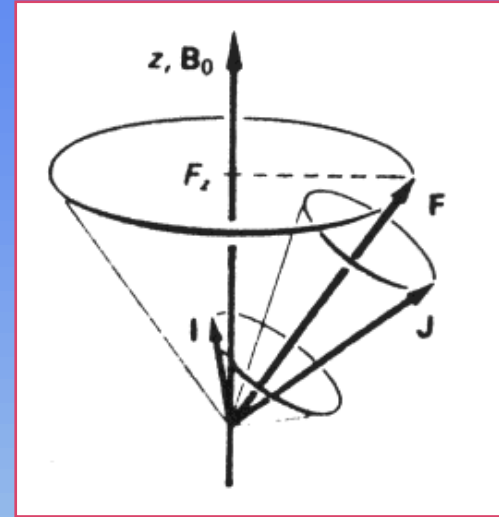
Un campo di 0.1 T è normalmente “forte” per la struttura iperfine.

Procedendo in modo analogo a quanto fatto per l'effetto Zeeman in presenza di struttura fine, definiamo l'energia di interazione V_{HFS} e ricaviamo g_F :

$$V_{HFS} = -\underline{\mu}_F \cdot \underline{B}_0$$

$$\underline{\mu}_F = \underline{\mu}_I + \underline{\mu}_J$$

$$\Delta E_{B_0} = -g_F \mu_B B_0 m_F$$



Rappresentazione vettoriale dell'effetto Zeeman di una struttura iperfine: il momento angolare totale F , somma di I e J , può assumere, rispetto alla direzione di un campo magnetico esterno B_0 , solo un numero finito di orientazioni. Solo la componente di F lungo z è misurabile.

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} - g_I \frac{\mu_N}{\mu_B} \frac{F(F+1) + I(I+1) - J(J+1)}{2F(F+1)}$$

Il termine in g_I può essere trascurato rispetto a quello in g_J , poiché $\mu_N/\mu_B=1/1836$. Il livello iperfine si separa in $2F+1$ componenti.

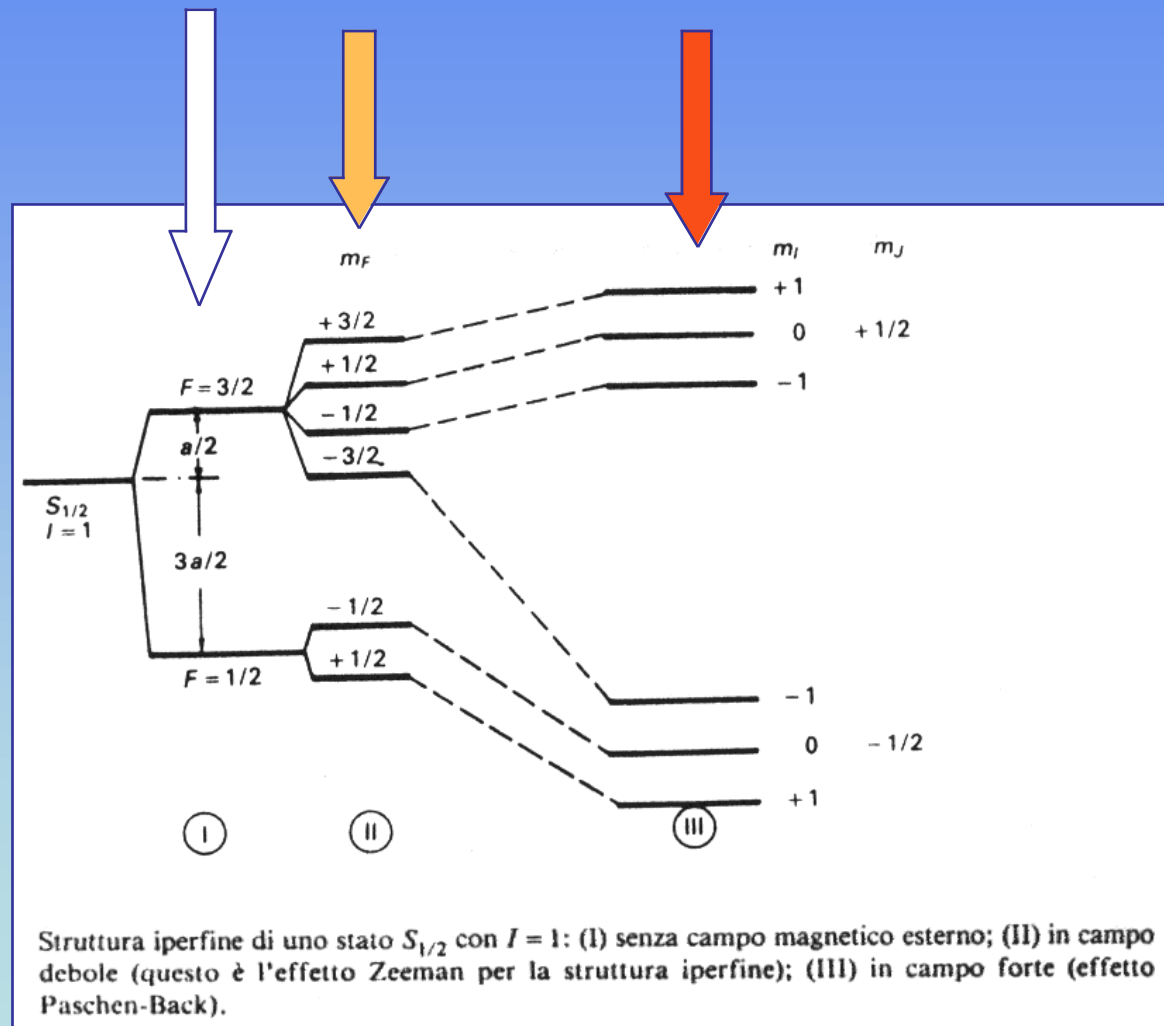
$B=0$

$B \neq 0$

$B \neq 0$

debole

forte



Regole di selezione

Numero quantico principale

$$\Delta n \text{ qualsiasi}$$

Numero quantico del momento angolare

$$\Delta L = \pm 1$$

Numero quantico del momento angolare di spin

$$\Delta S = 0$$

Accoppiamento spin-orbita

$$\Delta J = 0, \pm 1$$

$$\Delta M_J = 0, \pm 1$$

Accoppiamento iperfine

$$\Delta F = 0, \pm 1$$

$$\Delta M_F = 0, \pm 1$$

In presenza di
campo magnetico