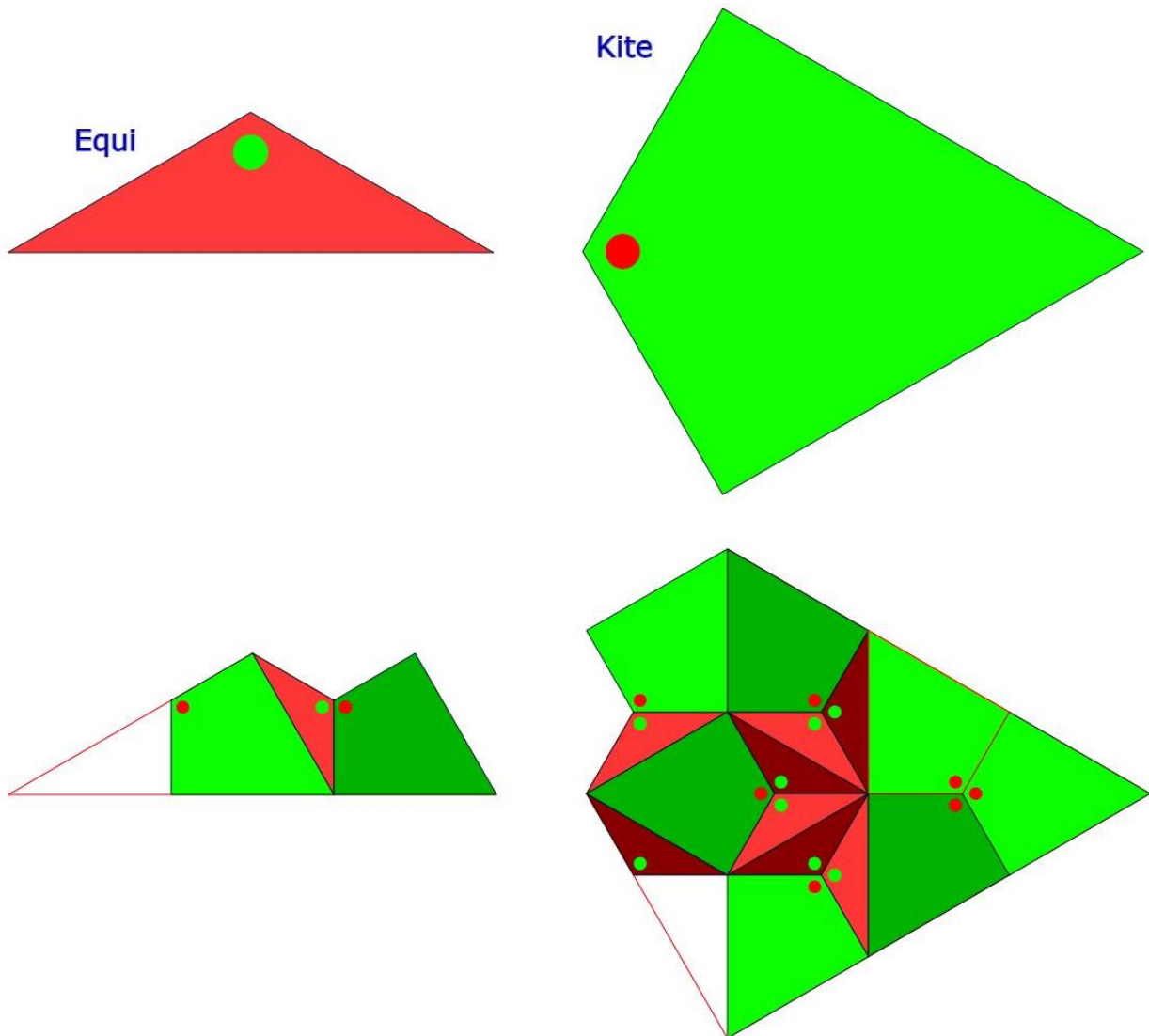


Enzo 4

La collaborazione che ricevo dal prof. Alessandro Musesti unicatt ha permesso la particolare piastrellatura che presento qui che è un frutto del comune estro. Il professore mi ha imposto i tasselli della collezione del progetto seguente:

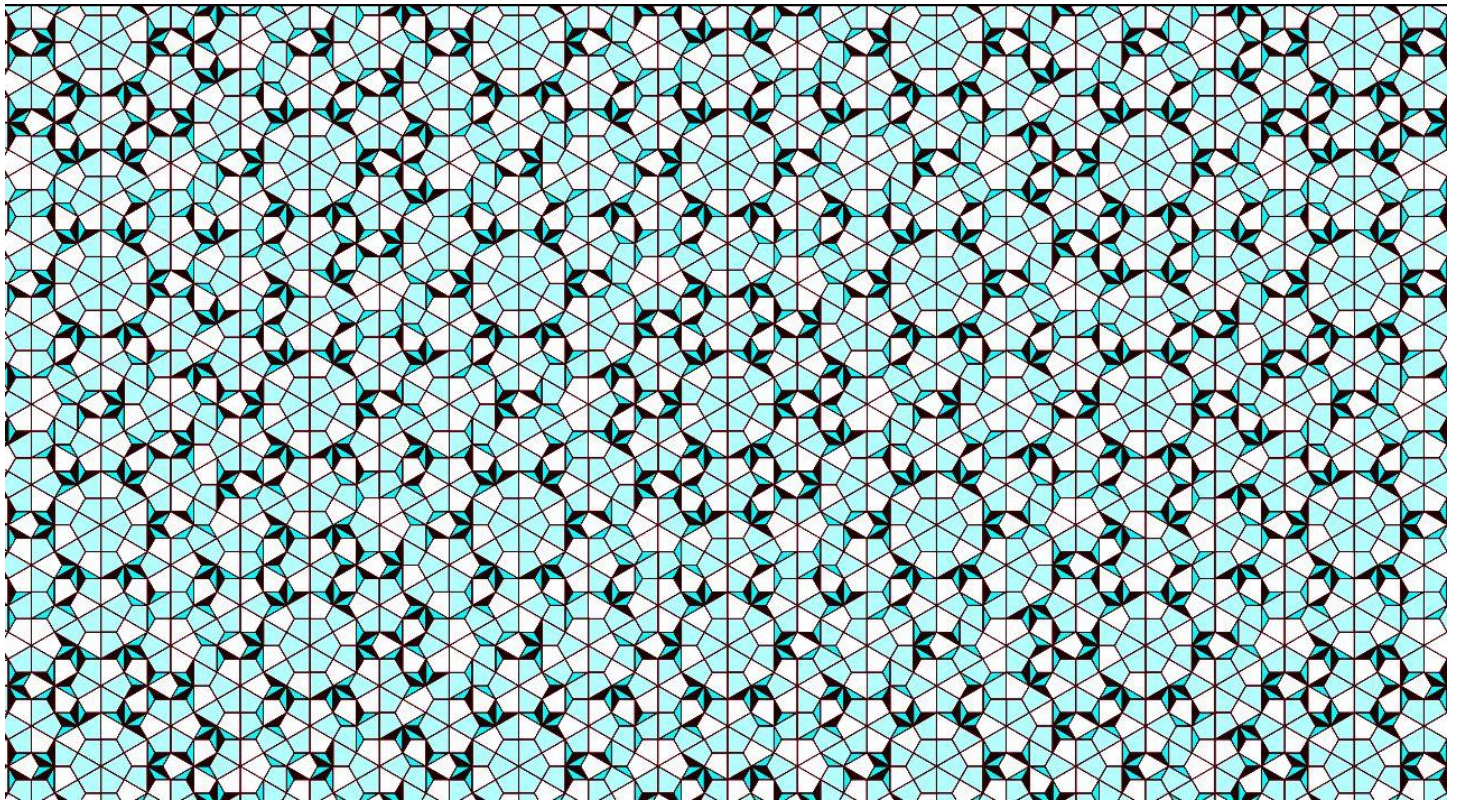


Si può ottenere una sostituzione equivalente scambiando il pieno con il vuoto, nell'**Equi** da destra a sinistra, nel **Kite** da alto al basso.

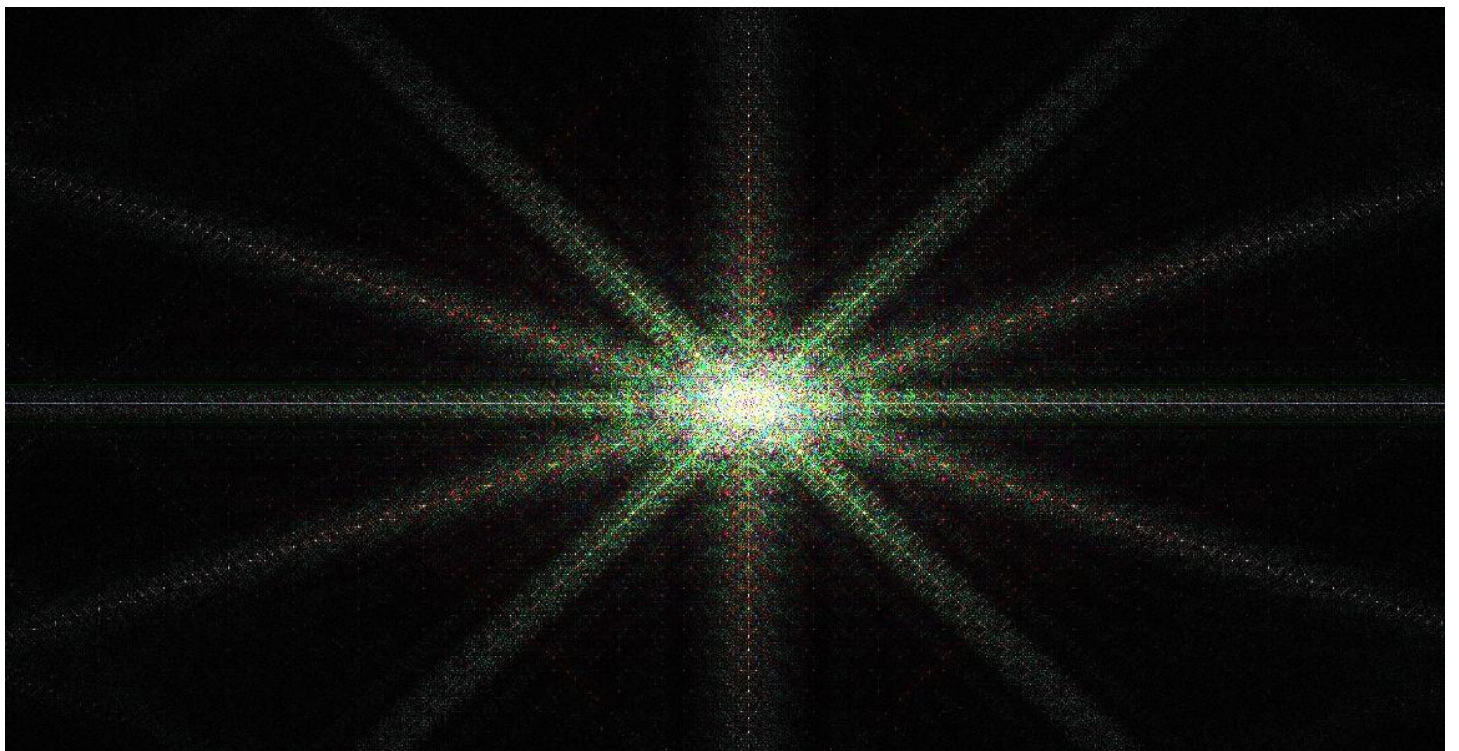
La presenza di quattro colori con soli due tasselli si spiega osservando che il colore non è, in questo caso, una proprietà del tassello, ma della posizione che esso occupa rispetto al polo della piastrella originaria.

Il doppio colore è una mia imposizione dovuta solo ad esigenze di potenziamento della qualità grafica della scena risultante. I colori accoppiati tra più chiaro e più scuro aggiungono un effetto di ombreggiatura 3D alla scena altrimenti piatta. Niente vieta che l'utente, desideroso di una visione bicolore, imponga lo stesso colore ai due oggetti **color** della banda di comando col nome **Equi** ed a quelli col nome **Kite**.

La piastrella **Kite** può essere suddivisa lungo il suo asse di simmetria interno con l'ottenimento di due triangoli rettangoli. Una tassellazione simile a quella che sto trattando può dunque essere ottenuta anche con il tassello **Equi** insieme alla tessera corrispondente ad uno dei detti triangoli.



La FFT di questo ricamo a tombolo è mostrata con l'immagine seguente:



Non vi può essere dubbio di attribuzione; la tassellazione ha dodici raggi di simmetria rotazionale ed è quindi aperiodica.

Per il calcolo dei parametri caratteristici e la conferma di quanto detto, passo al calcolo matriciale. Una ricognizione della sostituzione del lato lungo del **Kite** porta subito a credere che il coefficiente **k** di contrazione lineare valga **1/3**.

La matrice **M** caratteristica, con ordine di colonna **Equi** -> **Kite**, e la relazione **1)** che indica il numero di sotto tasselli prodotti dopo **n** sostituzioni, è proposta di seguito:

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 7 \end{vmatrix}; \quad \mathbf{1)} \quad \begin{vmatrix} \text{Equi}_0 \\ \text{Kite}_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 8 & 7 \end{vmatrix}^n \oplus \begin{vmatrix} \text{Equi}_n \\ \text{Kite}_n \end{vmatrix}$$

Calcolo degli autovalori di **M**:

$$\det \begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 8 & 7-\lambda \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \lambda^2 - 8*\lambda - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} \lambda_1 = 9 \\ \lambda_2 = -1 \end{cases} \rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} = \frac{1}{3}$$

Calcolo dell'autovettore relativo a λ_1 ed ai rapporti tra le aree dei tasselli:

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda_1 & 2 \\ 8 & 7-\lambda_1 \end{vmatrix} \oplus \begin{vmatrix} A_{\text{Equi}} \\ A_{\text{Kite}} \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \begin{cases} -8 * A_{\text{Equi}} + 2 * A_{\text{Kite}} = 0 \\ 8 * A_{\text{Equi}} - 2 * A_{\text{Kite}} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A_{\text{Equi}} = \frac{1}{4} * C \\ A_{\text{Kite}} = C \in \mathbf{R} \end{cases}$$

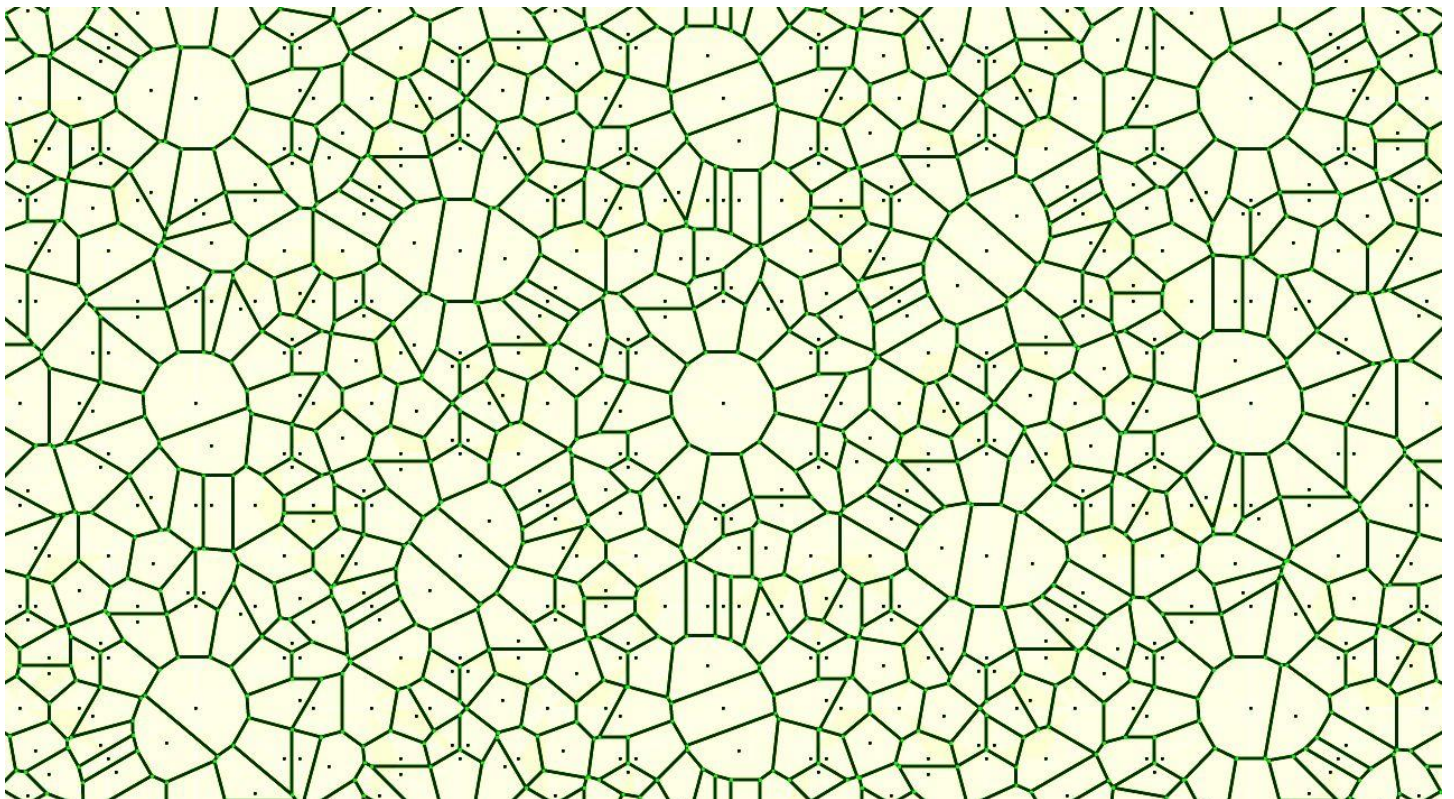
Infatti con due **Equi** si può costruire il triangolo rettangolo che corrisponde a metà di un **Kite**.

Calcolo della matrice **M^T** trasposta di **M** e del suo autovettore relativo a λ_1 ed ai rapporti tra le frequenze asintotiche dei tasselli:

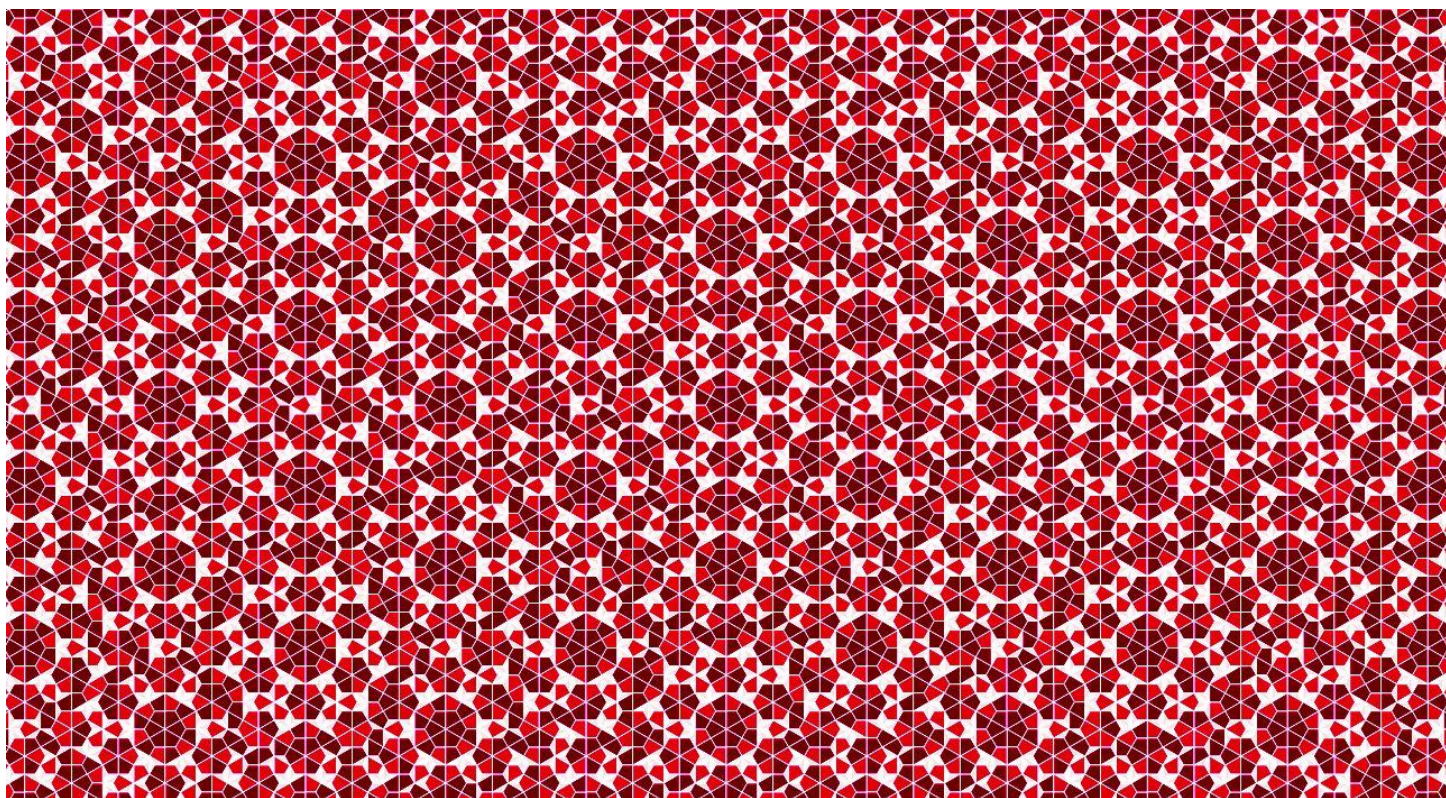
$$\begin{vmatrix} 1-\lambda_1 & 8 \\ 2 & 7-\lambda_1 \end{vmatrix} \oplus \begin{vmatrix} F_{\text{Equi}} \\ F_{\text{Kite}} \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \begin{cases} -8 * F_{\text{Equi}} + 8 * F_{\text{Kite}} = 0 \\ 2 * F_{\text{Equi}} - 2 * F_{\text{Kite}} = 0 \\ F_{\text{Equi}} + F_{\text{Kite}} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_{\text{Equi}} = F_{\text{Kite}} = 0.5 \\ F_{\text{Kite}} = 0.5 \end{cases}$$

Da notare che le frequenze asintotiche sono razionali mentre la piastrellatura è sicuramente aperiodica. Questa è la classica condizione delle tassellazioni limit-periodic.

Ecco la rete di Voronoi della piastrellatura alla quarta sostituzione:



La mancanza di grovigli e la regolarità della scena suggerisce che non ci siano sovrapposizioni. Alcune immagini della piastrellatura:



Il tombolo composto dagli **Equi** abbraccia gli esagoni con la dovuta leggerezza componendo pattern complessi di gusto barocco perfettamente simmetrici insieme ad altri più incompleti ed irrequieti. Fiori a tre petali uniscono altrettanti speroni a quattro punte in una struttura a tre assi davvero originale. Non si direbbe che due semplici tasselli possano esprimere una complessità così variata. La legge dell'autosomiglianza è appunto la corrispondenza tra il semplice ed il complesso e viceversa.

