

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 14 DICEMBRE 2009

1) Si determinino gli $\alpha \in [0, +\infty[$ per cui il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x (1 - \cos(x^2)) - x^2 \arctan(x^3)}{x^\alpha}$$

esiste ed è finito.

2) Si calcoli l'area della parte limitata del piano complesso delimitata dalle soluzioni dell'equazione

$$|(z^2 + i)^2 - (z^2 - i)^2| = 8.$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 14 DICEMBRE 2009

1) Si determinino gli $\alpha \in [0, +\infty[$ per cui il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1 - \cos x) \sin(x^2) - x^2 \arctan(x^2)}{x^\alpha}$$

esiste ed è finito.

2) Si calcoli l'area della parte limitata del piano complesso delimitata dalle soluzioni dell'equazione

$$|(z^2 - 3i)^2 - (z^2 + 3i)^2| = 48.$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 2

COMPITO DI ESAME DEL 14 DICEMBRE 2009

1) Data la funzione

$$f(x) = \log \left| \frac{1}{e^x - 1} \right|,$$

se ne determini il dominio e se ne tracci un grafico qualitativo.

Facoltativamente, si dimostri che esiste un intervallo I in \mathbb{R} tale che $f|_{]0, +\infty[} :]0, +\infty[\rightarrow I$ è biettiva, e si determini tale intervallo.

2) Si determinino gli $\alpha \in [0, +\infty[$ per i quali l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{(1 + \alpha x^2)^\alpha} dx$$

risulta essere convergente, e per tali α si calcoli l'integrale medesimo.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).