

# ANALISI MATEMATICA

## UNITÀ 1

### COMPITO DI ESAME DEL 14 GIUGNO 2004

1) Si calcolino i seguenti limiti di funzione reale di variabile reale:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + 2}{2x^2 + 1} \right)^{\log x}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{2x+1}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{1}{x^2} \right)^{\frac{2x}{x+1}}.$$

2) Si dimostri che l'equazione in campo complesso

$$\operatorname{Im} \left( z\bar{z} + \frac{1}{z} + z + \bar{z} \right) = 0$$

ammette solamente soluzioni *reali*.

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

## ANALISI MATEMATICA

### UNITÀ 2

#### COMPITO DI ESAME DEL 14 GIUGNO 2004

1) Dato  $a \in \mathbb{R}$ , sia

$$f_a(x) = x^3 + 2x^2(a - 1) + ax(a - 4) - 2a^2.$$

Si risponda (motivando la risposta) ai seguenti quesiti:

(a) Per quali valori di  $a$  la funzione  $f_a$  si annulla in  $x = 2$ ?

(b) Per quali valori di  $a$  la funzione  $f_a$  ammette un minimo in  $x = 3$ ?

(c) Per quali valori di  $a$  la funzione  $f_a$  risulta monotona?

(d) Per quali valori di  $a$  la funzione  $f_a$  ammette un flesso in  $x = 4$ ?

(e<sub>1</sub>) (Per gli studenti di tutti i corsi di laurea **tranne** *Informatica*) Per quali valori di  $a$  risulta

$$\int_a^2 f_a(x) dx > 0 ?$$

(e<sub>2</sub>) (**solo** per gli studenti del corso di laurea in *Informatica*) Si tracci un grafico qualitativo di  $f_a(x)$  per  $a = -2$  e per  $a = 0$ .

2) Si calcoli l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt[3]{1-x^2}} dx.$$

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).