

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 25 MARZO 2003

1) Si discuta la convergenza delle seguenti serie:

$$(a) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1000}{1+n} \right)^n,$$

$$(b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n/2}}{n!},$$

$$(c) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arctan \frac{1}{\sqrt[5]{n}}.$$

2) Si trovino le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ del sistema

$$\begin{cases} |z - 1 - i| = 1, \\ \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = 2. \end{cases}$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

ANALISI MATEMATICA
UNITÀ 2

COMPITO DI ESAME DEL 25 MARZO 2003

A. Corso di laurea in Informatica

1) Si tracci un grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = |x|\sqrt[3]{1-x^2}.$$

2) Si calcoli l'integrale improprio

$$\int_3^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{e^x - e^3}} dx.$$

B. Altri corsi di laurea

1) Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{1-e^{-x}} & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Si dica in quali punti f risulta derivabile, e si dica se la funzione f' è continua. Infine, si tracci il grafico di f .

2) Si svolga, a scelta, uno dei seguenti esercizi:

(a) Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è la funzione definita nell'esercizio precedente, si tracci il grafico qualitativo di

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt.$$

(b) Dato $\alpha \in \mathbb{R}$, si consideri l'integrale

$$\int_3^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{e^x - e^3}(x-3)^{\alpha+1}} dx.$$

Si determinino gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui esso risulta convergente, e lo si calcoli per $\alpha = -1$.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).