

**ANALISI MATEMATICA
PRIMA UNITÀ**

COMPITO DI ESAME DEL 7 GENNAIO 2002

1) Data la funzione

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{2^{-n}} \frac{x^n}{(1+x^2)^n},$$

se ne determini il dominio e si calcolino $\lim_{x \rightarrow \pm 1} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x)$.

2) Siano $C_{1,\alpha}$ e $C_{2,\alpha}$ due sottoinsiemi di \mathbb{C} definiti ponendo

$$C_{1,\alpha} = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re} z - 1|^2 + |\operatorname{Im} z|^2 < \alpha^2\},$$

$$C_{2,\alpha} = \{z \in \mathbb{C} : |\operatorname{Re} z|^2 + |\operatorname{Im} z - 1|^2 < \alpha^4\}.$$

Si calcoli, al variare di $\alpha > 0$,

$$A(\alpha) = \sup \{|z| : z \in C_{1,\alpha} \cup C_{2,\alpha}\}.$$

Si dica se la funzione A è continua.

TEMPO: 1 ORA e 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice.

**ANALISI MATEMATICA
SECONDA UNITÀ**

COMPITO DI ESAME DEL 7 GENNAIO 2002

A. Immatricolati 2001/2002

- 1) Si determini il dominio della funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{-t}}{\sqrt{|t|}} dt$$

e si tracci un grafico qualitativo di F .

Si dimostri che $F(x) \leq 2$ per ogni x nel dominio di F (facoltativo).

B. Immatricolati anni precedenti

- 1) Si tracci un grafico qualitativo della seguente funzione

$$f(x) = xe^{\frac{1}{1+x}}.$$

- 2) Si calcoli il seguente integrale

$$\int_0^{\pi/2} \sin(2x)e^{\sin(x)} dx.$$

TEMPO: 1 ORA e 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice.