ANALISI MATEMATICA (UNITÀ 3)

COMPITO DI ESAME DEL 3 DICEMBRE 2001

1) Si determinino gli eventuali massimi e minimi locali e assoluti della funzione $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y, z) = \sqrt{1 + x^2y^2z^2e^{x+y+z}}.$$

2) Si studi la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni (f_n), dove $f_n : [0, 2] \to \mathbb{R}$ è definita per $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ da

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{n}x & \text{se} \quad 0 \leq x \leq 1, \\ -nx + \frac{n^2+1}{n} & \text{se} \quad 1 < x < 1 + \frac{1}{n^2}, \\ 0 & \text{se} \quad 1 + \frac{1}{n^2} \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Facoltativamente, si definisca la successione (g_n) di funzioni $g_n : [0, 2] \to \mathbb{R}$ ponendo

$$g_n(x) = \begin{cases} f_n'(x) & \text{se } f_n \text{ è derivabile in } x, \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

e si studi la convergenza puntuale e uniforme di (g_n).

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA

COMPITO DI ESAME DEL 3 DICEMBRE 2001

1) Si calcoli $\mathcal{L}^3(C)$, dove

$$C = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \; 2x^2 + 2y^2 - z \leq 1 \right\}.$$

2) Si determini per quali $\alpha \in]0, +\infty[$ l'equazione differenziale

$$u'(t) = -u(t) + \alpha^t$$

ammette almeno una soluzione $u :]0, +\infty[\to \mathbb{R}$ limitata.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI