

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
ANNO ACCADEMICO 2000/2001

CONCORSO A BORSE DI STUDIO AL MERITO BANDITO
DALL'ISTITUTO "GIUSEPPE TONIOLO" DI STUDI SUPERIORI

Prova scritta di Matematica

- 1) Siano n e d due numeri naturali. Si supponga che d sia un divisore comune di n e $n + 6$. Si dimostri che d può essere solo uno dei seguenti numeri: 1, 2, 3, 6.
- 2) Si risolva l'equazione algebrica

$$\frac{x}{x^2 + 6x + 8} + \frac{x + 25}{x^2 + 2x - 8} = 0.$$

- 3) Dato il triangolo ABC , si tracci la mediana CM relativa al lato AB . Si tracci poi la retta passante per B e per il punto medio N di CM , denotando con D la sua intersezione col lato AC . Si tracci infine la retta passante per M e parallela a BD , denotando con E la sua intersezione con AC .

Si dimostri che i punti D, E dividono il segmento AC in tre parti uguali.

- 4) Si consideri, al variare del parametro reale k , la famiglia di parabole aventi per equazione

$$y = x^2 + 2kx + k(k + 1).$$

Si determini:

- a) l'equazione della parabola \mathcal{P}_1 della famiglia tangente alla retta di equazione $y = 0$;
- b) l'equazione della parabola \mathcal{P}_2 della famiglia tangente alla retta di equazione $y = -1$;
- c) l'equazione della retta parallela all'asse delle x che interseca \mathcal{P}_1 nei punti A, B e \mathcal{P}_2 nei punti C, D in modo da soddisfare la relazione $2\overline{AB} = \overline{CD}$.

TEMPO: 2 ORE