

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
ANNO ACCADEMICO 2003/2004

CONCORSO A BORSE DI STUDIO AL MERITO

Prova scritta di Matematica

1) Sia $n \geq 1$ un numero intero. Si considerino i numeri:

$$n^2 + n, \quad 2n + 7, \quad 3n + 7, \quad n^2, \quad n^2 + 1, \quad n^2 + n + 1, \quad n^3 + n^2, \quad n^4 + n^2 + 2n + 5.$$

- (a) Si dica quali di essi sono pari per ogni valore di n ;
- (b) si dica quali di essi sono dispari per ogni valore di n ;
- (c) esistono valori di n per i quali $3n + 7$ è divisibile per 3?

2) Si determinino i numeri reali x tali che

$$\sqrt{x^2 + 1} > 2x - 1.$$

3) Si determini:

- (a) l'equazione cartesiana della parabola passante per il punto $(0, 0)$ e avente vertice in $(1, 1)$;
- (b) l'equazione cartesiana della parabola passante per il punto $(0, 6)$ e avente vertice in $(4, -2)$;
- (c) le coordinate del punto in cui le due parabole sono tangenti e l'equazione cartesiana della retta tangente alle parabole in tale punto.

4) Sia ABC un triangolo inscritto in una circonferenza di centro O e raggio r . Sia AH l'altezza relativa al lato BC e sia D il punto diametralmente opposto ad A sulla circonferenza.

Dimostrare che i triangoli ABH e ADC sono simili e dedurne che il prodotto di $2r$ per la lunghezza di AH è uguale al prodotto della lunghezza di AB per quella di AC .

TEMPO: 2 ORE