

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE I

COMPITO DI ESAME DEL 13 DICEMBRE 2011

Sia (f_n) la successione delle funzioni definite in $]0, +\infty[$ da

$$f_n(x) = \frac{\arctan(nx)}{(x+1)\sqrt{x}}.$$

- (a) Si dimostri che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, risulta $f_n \in L^1(]0, +\infty[) \cap L^\infty(]0, +\infty[)$.
- (b) Si dimostri che la successione (f_n) converge puntualmente e se ne determini la funzione limite puntuale f .
- (c) Si dimostri che $f \in L^1(]0, +\infty[)$ e che $f \notin L^\infty(]0, +\infty[)$.
- (d) Si studi la convergenza della successione (f_n) in $L^1(]0, +\infty[)$.

TEMPO: 1 ORA