

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE I

COMPITO DI ESAME DEL 12 LUGLIO 2012

Dato $p \in [1, +\infty]$, si denoti con X_p lo spazio vettoriale

$$L^p(]-\infty, +\infty[) \cap C(]-\infty, +\infty[)$$

munito della norma $\| \cdot \|_p$ e si consideri la forma lineare $\varphi : X_p \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$\varphi(f) = f(0).$$

(a) Si dimostri che X_∞ è chiuso in $L^\infty(]-\infty, +\infty[)$ e che $\varphi : X_\infty \rightarrow \mathbb{R}$ è continua.

(b) Si dimostri che esiste una successione (f_h) in X_1 tale che:

- (f_h) converge in X_1 ;
- $\varphi(f_h)$ non converge.

(c) Si dimostri che $\varphi : X_p \rightarrow \mathbb{R}$ non è continua se $p < +\infty$.

TEMPO: 1 ORA