

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE I

COMPITO DI ESAME DEL 12 FEBBRAIO 2013

Sia $g :]0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$g(x) = \exp\left(-\frac{1}{x}\right)$$

e sia $f :]0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione non costante, crescente e limitata. Sia (f_h) la successione delle funzioni definite in $]0, +\infty[$ da

$$f_h(x) = f(hx).$$

Si dimostri che:

- (a) la successione (f_h) converge puntualmente in $]0, +\infty[$;
- (b) per ogni $\delta > 0$ la successione (f_h) converge in $L^\infty(]\delta, +\infty[)$;
- (c) la successione (f_h) non converge in $L^\infty(]0, +\infty[)$;
- (d) la successione (gf_h) converge in $L^\infty(]0, +\infty[)$.

TEMPO: 1 ORA