

## ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - I MODULO

### COMPITO DI ESAME DEL 7 SETTEMBRE 2001

Si denoti con  $\ell^1(\mathbb{N})$  l'insieme delle successioni  $(x_n)$  in  $\mathbb{R}$  tali che

$$\sum_{n=0}^{\infty} |x_n| < +\infty.$$

Si dimostri che:

- (a)  $\ell^1(\mathbb{N})$  è in modo naturale uno spazio vettoriale su  $\mathbb{R}$ ;
- (b)  $\sum_{n=0}^{\infty} |x_n|$  è una norma su  $\ell^1(\mathbb{N})$  che rende  $\ell^1(\mathbb{N})$  di Banach;
- (c) se  $(y_n)$  è una successione limitata in  $\mathbb{R}$ , allora

$$\langle \varphi, x \rangle := \sum_{n=0}^{\infty} x_n y_n$$

è una forma lineare e continua su  $\ell^1(\mathbb{N})$  con

$$\|\varphi\| = \sup_n |y_n|.$$

**TEMPO: 1 ORA**