

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - I MODULO

COMPITO DI ESAME DEL 9 GENNAIO 2001

- 1) Sia X uno spazio di Banach e siano $L, M \in \mathcal{L}(X; X)$.
- (a) Si provi con un esempio che $M \circ L = \text{Id}_X$ non implica $L \circ M = \text{Id}_X$.
 - (b) Si dimostri che, se $M \circ L = \text{Id}_X$, allora L è iniettiva e M è suriettiva.
 - (c) Si supponga che $L = \text{Id}_X - K$ con K operatore compatto. Si dimostri che $M \circ L = \text{Id}_X$ se e solo se $L \circ M = \text{Id}_X$.
- 2) Siano X, Y due spazi normati e sia $L : X \rightarrow Y$ lineare.
- Si dimostri che le seguenti affermazioni sono equivalenti:
- (a) esiste $\delta > 0$ tale che $B(0, \delta) \subseteq L(B(0, 1))$;
 - (b) per ogni aperto A in X si ha che $L(A)$ è aperto in Y .

TEMPO: 1 ORA