

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - I MODULO

COMPITO DI ESAME DEL 28 SETTEMBRE 2001

Sia X uno spazio normato su \mathbb{R} . Per ogni $x \in X$ si ponga

$$F_x = \{ \varphi \in X' : \|\varphi\| = \|x\|, \quad \langle \varphi, x \rangle = \|x\|^2 \} ,$$

$$G_x = \{ \varphi \in X' : \|\varphi\| \leq \|x\|, \quad \langle \varphi, x \rangle = \|x\|^2 \} .$$

Si dimostri che, per ogni $x \in X$, valgono i seguenti fatti:

- (a) F_x non è vuoto;
- (b) $F_x = G_x$;
- (c) F_x è convesso;
- (d) F_x è chiuso.

TEMPO: 1 ORA