

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - I MODULO

COMPITO DI ESAME DEL 12 DICEMBRE 2000

1) Sia $X = L^2(0, 2)$ e sia

$$M = \{f \in X : f|_{(0,1)} \text{ e } f|_{(1,2)} \text{ sono costanti q.o.}\} .$$

- (a) Si provi che M è un sottospazio vettoriale di X di dimensione finita.
- (b) Si determini una base ortonormale in M .
- (c) Tenendo conto del punto (b), si scriva esplicitamente l'operatore di proiezione ortogonale su M .

2) Sia X uno spazio di Banach su \mathbb{R} e sia $L : X \rightarrow X'$ un'applicazione lineare. Si supponga che

$$\forall x \in X : \quad \langle Lx, x \rangle \geq 0 .$$

Si dimostri che L è continua.

TEMPO: 1 ORA