

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - I MODULO

COMPITO DI ESAME DEL 9 LUGLIO 2002

Sia

$$X = \left\{ f \in M([0, +\infty[; \mathbb{R}) : \int_0^{+\infty} \exp(-2x)(f(x))^2 dx < +\infty \right\} .$$

Si dimostri che:

(a) X ha una naturale struttura di spazio vettoriale su \mathbb{R} e

$$(f|g) := \int_0^{+\infty} \exp(-2x)f(x)g(x) dx$$

è un prodotto scalare su X ;

(b) risulta $L^2([0, +\infty[; \mathbb{R}) \subseteq X$ e l'applicazione di inclusione è continua rispetto al prodotto scalare introdotto in (a);

(c) risulta $L^2([0, +\infty[; \mathbb{R}) \neq X$.

TEMPO: 1 ORA