

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 15 DICEMBRE 2009

Sia $X = L^2([0, +\infty[)$ e sia

$$(Lf)(x) = \frac{f(x)}{x+1}.$$

Si dimostri che:

- (a) per ogni $f \in X$, risulta $Lf \in X$ e l'applicazione $L : X \longrightarrow X$ è lineare e continua;
- (b) L è iniettiva;
- (c) L non è suriettiva e l'immagine $\mathcal{R}(L)$ è densa in X ;
- (d) si calcoli $\|L\|_{\mathcal{L}(X)}$.

TEMPO: 1 ORA