

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 6 APRILE 2010

Sia V lo spazio vettoriale delle funzioni $f \in M([0, +\infty[, \mathcal{L}^1; \mathbb{C})$ tali che:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 + 1}{x} |f(x)| \, d\mathcal{L}^1(x) < +\infty.$$

Si dimostri che:

(a) $V \subseteq L^1([0, +\infty[; \mathbb{C})$ e $L^1([0, +\infty[; \mathbb{C}) \neq V$;

(b) la funzione ϑ definita su V da

$$\vartheta(f) = \int_0^{+\infty} \frac{x^2 + 1}{x} |f(x)| \, d\mathcal{L}^1(x)$$

è una norma su V ;

(c) l'applicazione $\{f \mapsto f\}$ è continua da V in $L^1([0, +\infty[; \mathbb{C})$.

TEMPO: 1 ORA