

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 19 GIUGNO 2007

Siano $X = L^1(]0, +\infty[)$ e $Y = L^\infty(]0, +\infty[)$. Per ogni $f \in X$ e $g \in Y$ si ponga

$$L_g(f) = fg.$$

Si dimostri che:

- (a) per ogni $g \in Y$, risulta $L_g \in \mathcal{L}(X; X)$,
- (b) se $g(x) \neq 0$ q.o. in $]0, +\infty[$, allora $L_g : X \longrightarrow X$ è iniettiva,
- (c) se $g \in X \cap Y$, allora $L_g : X \longrightarrow X$ non è suriettiva,
- (d) esiste $g \in Y$ tale che $L_g : X \longrightarrow X$ sia biiettiva.

TEMPO: 1 ORA