

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 6 LUGLIO 2010

Sia (f_n) la successione delle funzioni definite in $]0, +\infty[$ da

$$f_n(x) = \frac{\cos(nx) \exp(-nx)}{\sqrt{x}}.$$

- (a) Si dimostri che la successione (f_n) converge puntualmente in $]0, +\infty[$ e se ne determini il limite puntuale.
- (b) Si stabilisca per quali $p \in [1, +\infty]$ risulta $f_n \in L^p(]0, 1[)$.
- (c) Si stabilisca per quali $p \in [1, +\infty]$ risulta $f_n \in L^p(]1, +\infty[)$.
- (d) Si dimostri che esiste $g \in L^1(]0, +\infty[)$ tale che si abbia $|f_n(x)| \leq g(x)$ per ogni $n \geq 1$ e q.o. $x > 0$.

TEMPO: 1 ORA