

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 16 MARZO 2004

In $X = L^2(0, +\infty)$ si considerino gli elementi definiti da $e_j = \chi_{[j, j+1[}$ con $j \in \mathbb{N} = \{0, 1, \dots\}$.

(a) Si dimostri che

$$\{e_j : j \in \mathbb{N}\}$$

è un sottoinsieme ortonormale di X .

(b) Si descriva la chiusura Y del sottospazio vettoriale generato da

$$\{e_j : j \in \mathbb{N}\}$$

e si deduca che

$$\{e_j : j \in \mathbb{N}\}$$

non è un sistema ortonormale completo in X .

(c) Data $f \in X$, si descriva la proiezione ortogonale di f su Y .

TEMPO: 1 ORA