

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DELL'11 GENNAIO 2005

Per ogni $h \in \mathbb{N}$, siano

$$E_h = \{x \in \mathbb{R}^2 : h \leq |x| < h+1\} ,$$

$$v_h = \chi_{E_h} .$$

(a) Si dimostri che

$$M = \left\{ \frac{v_h}{\|v_h\|_2} : h \in \mathbb{N} \right\}$$

è un sistema ortonormale in $L^2(\mathbb{R}^2)$.

(b) Si dimostri che M non è completo e si denoti con X la chiusura del sottospazio vettoriale generato da M .

(c) Si descriva M^\perp .

(d) Si determini la proiezione ortogonale di

$$f(x) = \frac{1}{1 + |x|^2}$$

su X .

TEMPO: 1 ORA