

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - I MODULO

COMPITO DI ESAME DEL 9 APRILE 2002

Sia $X = L^2(]0, 1[)$ e sia $\alpha \in L^\infty(]0, 1[)$ con $\alpha(x) \neq 0$ per q.o. $x \in]0, 1[$.

Si dimostri che:

(a) l'applicazione $\{f \mapsto \alpha f\}$ è lineare e continua da X in sé;

(b) l'insieme

$$A = \left\{ f \in X : \int_0^1 \alpha^2 f^2 dx < 1 \right\}$$

è un aperto convesso in X con $0 \in A$;

(c) il funzionale di Minkowski p_A è una norma su X ;

(d) A è limitato se e solo se $\operatorname{ess\,inf}_{]0,1[} |\alpha| > 0$;

(e) A è limitato se e solo se p_A è una norma su X equivalente a quella canonica.

TEMPO: 1 ORA