

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 18 MARZO 2008

Sia (f_n) la successione di funzioni da $[0, +\infty[$ in \mathbb{R} definita da

$$f_n(x) = \frac{x(x-n)}{(x+n+1)^4}.$$

Si dimostri che:

- (a) la successione (f_n) converge puntualmente a una funzione $f : [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$;
- (b) per ogni $n \in \mathbb{N}$, risulta $f_n \in L^1(0, +\infty) \cap L^\infty(0, +\infty)$;
- (c) la successione (f_n) converge a f in $L^\infty(0, +\infty)$;
- (d) esiste una $g : [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ sommabile tale che $|f_n(x)| \leq g(x)$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ ed ogni $x \geq 0$.

TEMPO: 1 ORA