

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - I MODULO

COMPITO DI ESAME DEL 9 GENNAIO 2002

Sia $1 \leq p \leq +\infty$ e sia

$$X = \{f \in C([-1, 1]) : f \in L^p(-1, 1)\}$$

munito della norma di $L^p(-1, 1)$. Si definisca una forma lineare $\varphi : X \rightarrow \mathbb{R}$ ponendo $\varphi(f) = f(0)$.

Si dimostri che:

- (a) nel caso $p < \infty$, per ogni $M > 0$ esiste $f \in X$ tale che $\|f\|_p = 1$ e $f(0) > M$;
- (b) nel caso $p < \infty$, φ non è continua;
- (c) nel caso $p = \infty$, φ è continua e se ne calcoli la norma;
- (d) nel caso $p = \infty$, esiste $\Phi : L^\infty(-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ lineare e continua tale che $\Phi|_X = \varphi$.

TEMPO: 1 ORA