

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 7 SETTEMBRE 2004

Sia X uno spazio di Hilbert, sia (C_h) una successione decrescente di sottoinsiemi convessi e chiusi di X con intersezione non vuota e sia C tale intersezione.

(a) Si dimostri che C è un sottoinsieme convesso e chiuso di X .

(b) Si dimostri che, per ogni $x \in X$ ed ogni $h \in \mathbb{N}$, risulta

$$\|x - P_{C_h}x\| \leq \|x - P_{C_{h+1}}x\| \leq \|x - P_Cx\|.$$

(c) Per ogni $x \in X$, si individui il limite della successione $(P_{C_h}x)$.

TEMPO: 1 ORA