

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DELL'8 LUGLIO 2008

Sia Y l'insieme definito da

$$Y = \{f \in L^2(\mathbb{R}^2) : f(x, y) = f(y, x) \text{ per q.o. } x \in \mathbb{R}^2\}.$$

(a) Si dimostri che Y è un sottospazio vettoriale chiuso di $L^2(\mathbb{R}^2)$.

(b) Si dimostri che, per ogni $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$, la funzione g definita da

$$g(x, y) = \frac{1}{2} (f(x, y) + f(y, x))$$

appartiene a Y .

(c) Si descriva Y^\perp .

(d) Per ogni $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$, si determinino $P_Y(f)$ e $P_{Y^\perp}(f)$.

TEMPO: 1 ORA