

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 2 SETTEMBRE 2009

Siano $X = C([0, 1])$ e $Z = L^1(]0, 1[)$ muniti delle norme usuali e sia

$$Y = \{u \in X : u(0) = 0\} .$$

Sia inoltre $L : X \longrightarrow Z$ l'applicazione lineare definita da $Lu = u$.

- (a) Si dimostri che l'applicazione lineare L è continua.
- (b) Si determini il valore di $\|L\|_{\mathcal{L}(X;Z)}$.
- (c) Si dimostri che esiste $u \in X$ tale che $\|u\|_\infty = 1$ e $\|Lu\|_1 = \|L\|_{\mathcal{L}(X;Z)}$.
- (d) Si dimostri che se $\|u\|_\infty = 1$ e se $\|Lu\|_1 = \|L\|_{\mathcal{L}(X;Z)}$ allora $u \notin Y$.

TEMPO: 1 ORA