

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 7 LUGLIO 2009

Siano $X = L^1([0, +\infty[)$ e

$$Y = \left\{ f \in X : \int_0^{+\infty} x |f(x)| d\mathcal{L}^1(x) < +\infty \right\}.$$

- (a) Si dimostri che $Y \neq X$.
- (b) Per $f \in X$ e $k \geq 1$ si ponga $f_k = u \chi_{[0,k]}$. Si dimostri che $f_k \in Y$.
- (c) Si dimostri che, per ogni $f \in X$, la successione (f_k) converge a f in X .
- (d) Si dimostri che Y non è chiuso in X e che $\overline{Y} = X$.

TEMPO: 1 ORA