

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DELL'11 GENNAIO 2011

Sia X l'insieme delle successioni convergenti di numeri reali.

(a) Si dimostri che X è un sottospazio vettoriale chiuso di $\ell^\infty(\mathbb{N})$.

(b) Definita $\varphi : X \rightarrow \mathbb{R}$ ponendo

$$\langle \varphi, x \rangle = \lim_{k \rightarrow \infty} x_k,$$

si dimostri che φ è lineare e continua su X munito della norma subordinata da $\ell^\infty(\mathbb{N})$.

(c) Si dimostri che per ogni $p \in [1, \infty[$ risulta $\ell^p(\mathbb{N}) \subseteq \mathcal{N}(\varphi)$.

(d) Si dimostri che

$$\bigcup_{1 \leq p < \infty} \ell^p(\mathbb{N}) \neq \mathcal{N}(\varphi).$$

TEMPO: 1 ORA