

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE - UNITÀ 1

COMPITO DI ESAME DEL 14 DICEMBRE 2010

Sia E un sottoinsieme \mathcal{L}^n -misurabile di \mathbb{R}^n e sia $X = L^1(E) \cap L^\infty(E)$ munito della norma definita da

$$\|f\|_X = (\|f\|_1^2 + \|f\|_\infty^2)^{\frac{1}{2}}, \quad \forall f \in X.$$

- (a) Si dimostri che $X \subseteq L^2(E)$.
- (b) Si dimostri che l'applicazione $L : X \longrightarrow L^2(E)$ definita da $Lf = f$ è lineare e continua.
- (c) Si determini $\|L\|_{\mathcal{L}(X; L^2(E))}$.
- (d) Si dimostri che $(X, \|\cdot\|_X)$ è uno spazio di Banach.

TEMPO: 1 ORA