

**ANALISI MATEMATICA (TERZA UNITÀ)**  
**COMPITO DI ESAME DEL 10 GIUGNO 2002**

1) Data la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = \frac{xy}{1 + x^2 + y^2},$$

se ne trovino gli eventuali massimi e minimi relativi e si determini  $f(\mathbb{R}^2)$ .

2) Si studi la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni  $(f_n)$ , con  $f_n : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definita per  $n \in \mathbb{N}$  da

$$f_n(x) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{n+1}}.$$

Si risponda alla seguente domanda: "Il limite uniforme di funzioni derivabili è derivabile?", giustificando la risposta.

N.B. Non è ammesso l'uso di calcolatrice.

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

## COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA

### COMPITO DI ESAME DEL 10 GIUGNO 2002

1) Si calcoli

$$\int_A \frac{1}{\sqrt{|x-1|}} d\mathcal{L}^2(x, y),$$

dove

$$A = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < x, x^2 - y^2 < 1 \}.$$

2) Si determini la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u''(t) = e^{u(t)} u'(t), \\ u(0) = 0 \\ u'(0) = 2, \end{cases}$$

specificando il massimo intervallo su cui è definita tale soluzione.

N.B. Non è ammesso l'uso di calcolatrice.

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**