

ANALISI MATEMATICA (TERZA UNITÀ)
COMPITO DI ESAME DEL 7 GENNAIO 2002

1) Sia dato l'insieme

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 = xy + 1 \right\}.$$

Si dimostri che:

- a) E è una sottovarietà di classe C^1 ;
- b) E non è compatta;
- c) la funzione $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ ammette minimo assoluto su E .

Si determinino infine le coordinate del minimo assoluto di cui al punto c).

2) Si studi la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni (f_n) , dove $f_n :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ è definita per $n \in \mathbb{N}$ da

$$f_n(x) = n \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{n}{x} \right).$$

N.B. Non è ammesso l'uso di calcolatrice.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA

COMPITO DI ESAME DEL 7 GENNAIO 2002

1) Si calcoli $\mathcal{L}^2(E)$, dove

$$E = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \leq 1, \ x \geq 0 \right\}.$$

2) Si determini la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(t) = -\frac{\cos t}{\sin t} u(t) + \frac{2}{\sin t} \\ u(\pi/2) = 1 \end{cases}$$

e si indichi l'intervallo massimale di definizione di tale soluzione.

N.B. Non è ammesso l'uso di calcolatrice.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI