

## ANALISI MATEMATICA

### TERZA UNITÀ

#### COMPITO DI ESAME DEL 22 SETTEMBRE 2003

- 1) Determinare gli estremi assoluti e relativi della funzione

$$f(x, y) = y^4 e^{-x^2}$$

sull'insieme

$$C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \geq y^2 \}.$$

- 2) Si studi la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni  $(f_n) \in \mathcal{B}([0, 2], \mathbb{R})$ , dove  $f_n$  è definita per  $n \geq 1$  da

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{(-1)^n}{n} & \text{se } 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{nx} & \text{se } 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

**TEMPO: 1 ORA e 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA**

**COMPITO DI ESAME DEL 22 SETTEMBRE 2003**

1) Si determinino le soluzioni  $u : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  dell'equazione differenziale

$$tu''(t) + (2-t)u'(t) + (t-1)u(t) = (t+1)e^t.$$

Suggerimento: si ponga  $v(t) = tu(t)$ .

2) Si calcoli

$$\int_D \frac{1}{(1+x^2+y^2+z^2)^2} d\mathcal{L}^3(x, y, z),$$

dove

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, |y| \leq |x|, |z| \leq 1 \right\}.$$

**TEMPO: 1 ORA e 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

## ANALISI MATEMATICA II

(vecchio ordinamento)

### COMPITO DI ESAME DEL 22 SETTEMBRE 2003

1) Determinare gli estremi assoluti e relativi della funzione

$$f(x, y) = y^4 e^{-x^2}$$

sull'insieme

$$C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \geq y^2 \}.$$

2) Si trovi la soluzione  $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  del problema

$$\begin{cases} u''(t) + 2u'(t) - 3u(t) = 0, \\ u(0) = 2, \lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = 0. \end{cases}$$

3) Si calcoli

$$\int_D \frac{1}{(1 + x^2 + y^2 + z^2)^2} d\mathcal{L}^3(x, y, z),$$

dove

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1, |y| \leq |x|, |z| \leq 1 \right\}.$$

**TEMPO: 2 ORE E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).