

## ANALISI MATEMATICA

### UNITÀ 3

#### COMPITO DI ESAME DEL 6 SETTEMBRE 2004

1) Si determinino eventuali massimi e minimi relativi e assoluti della funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = 4x^2y^2 - 6xy^2 + 9y^2 - 1$$

e ristretta all'insieme

$$C = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \right\}.$$

2) Si studi la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni  $(f_n)$ , dove  $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è definita da

$$f_n(x) = \frac{1}{1 + (x - n)^2 + (x + n)^2}.$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA**

**COMPITO DI ESAME DEL 6 SETTEMBRE 2004**

1) Si calcoli la soluzione dell'equazione differenziale

$$u'''(t) + 3u''(t) + 2u'(t) = e^{-t}$$

che verifica le seguenti condizioni:

(a)  $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = 0;$

(b)  $\lim_{t \rightarrow -\infty} e^{2t} u(t) = 1;$

(c)  $\int_0^{+\infty} u(t) dt = 0.$

2) Si calcoli

$$\int_D xy \, dx dy$$

dove  $D$  è l'insieme

$$D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |2x + y| \leq 1, \ 0 < x - y < 2 \}$$

(Suggerimento: utilizzare il teorema del cambiamento di variabile).

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).