

## ANALISI MATEMATICA

### TERZA UNITÀ

#### COMPITO DI ESAME DEL 10 DICEMBRE 2003

1) Si determinino eventuali massimi e minimi relativi e assoluti della funzione

$$f(x, y) = \sqrt{-x^2 - 2y^2 + 4}$$

ristretta all'insieme

$$C = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1 \right\}.$$

2) Data la successione  $(f_h)$ , con  $f_h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita per  $h \geq 1$  e per ogni  $x \in \mathbb{R}$  da

$$f_h(x) = \frac{|x - h| e^{-(x-h)^2}}{h(h+1)},$$

si dimostri che la serie

$$\sum_{h=1}^{\infty} f_h$$

definisce una funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e che  $f$  risulta continua.

Facoltativamente, si calcoli anche

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx.$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA**

**COMPITO DI ESAME DEL 10 DICEMBRE 2003**

1) Si dimostri che, per ogni  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la soluzione  $u$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} (t^2 + 1)u'(t) = 1 - \frac{3}{4}tu(t), \\ u(0) = \alpha \end{cases}$$

verifica la condizione

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = 0.$$

2) Si determini  $k \in \mathbb{R}$  tale che  $\mathcal{L}^3(A) = \pi$ , essendo

$$A = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : k < z < 4 - x^2 - y^2 \right\}.$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).