

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 10 GENNAIO 2005

1) Si determini la distanza massima e quella minima in \mathbb{R}^3 del punto di coordinate $(2, 1, -2)$ dalla superficie sferica $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, *utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange*.

2) Dimostrare che la serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} f_n,$$

dove (f_n) è definita per $n \geq 2$ da $f_n(x) = \frac{nx}{\log n} - n^2 \sin \frac{x}{n \log n}$, risulta convergente uniformemente sugli intervalli della forma $[-k, k]$ ($k > 0$), e studiare poi la convergenza su tutto \mathbb{R} .

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 10 GENNAIO 2005

1) Si dica se l'equazione differenziale

$$u(t)u''(t) + (u'(t))^2 + 2u(t)u'(t) = u''(t)$$

ammette soluzioni $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ *non indenticamente nulle* e tali che $u(0) = 0$ e $u'(1) = 0$, giustificando la risposta.

2) Si calcoli

$$\int_A (x^2 + y^2 + z^2) d\mathcal{L}^3(x, y, z),$$

dove

$$A = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < 4, \ z > \sqrt{x^2 + y^2} \}.$$

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).