

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 4 LUGLIO 2005

1) Determinare estremo superiore, estremo inferiore ed eventuali massimi e minimi (locali e assoluti) della funzione $f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = \frac{1}{x^2 - xy + y^2}$$

e ristretta all'insieme

$$C = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1 \right\}.$$

2) Si studi, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la convergenza puntuale e uniforme (quando possibile) della successione di funzioni (f_n) , dove $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è definita per ogni $n \in \mathbb{N}$ da

$$f_n(x) = n^\alpha \left(\frac{\pi}{2} - \arctan(nx) \right).$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 4 LUGLIO 2005

- 1) Si determinino le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u'(t) = t(u(t))^3 - u(t).$$

- 2) Si determini il valore di $r \in]0, +\infty[$ per cui risulta $\mathcal{L}^3(D_r) = \pi/6$, essendo

$$D_r = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x^2 + y^2 \geq r^2 \right\}.$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).