

## ANALISI MATEMATICA

### UNITÀ 3

#### COMPITO DI ESAME DEL 9 GENNAIO 2006

1) Si determinino i valori del parametro reale  $a$  per i quali l'origine è un punto di estremo relativo per la funzione  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + a \log(x^2 + 1).$$

Si precisi inoltre se, per tali  $a$ , l'origine è un punto di estremo assoluto, di massimo, di minimo.

2) Si studi la convergenza puntuale e uniforme della successione di funzioni  $(f_n)$  definita in  $]1, +\infty[$  da

$$f_n(x) = \frac{1 - \exp(-1/nx^2)}{n^\alpha}$$

al variare di  $\alpha$  in  $\mathbb{R}$ .

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA**

**COMPITO DI ESAME DEL 9 GENNAIO 2006**

1) Data l'equazione differenziale lineare

$$(x-1)^3 y' = y,$$

si determini:

(a) l'insieme  $V$  delle soluzioni  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

(b) il sottoinsieme  $W$  di  $V$  definito da:  $W = \{y \in V : y(0) = 0\}$ .

Si dimostri inoltre che  $V$  e  $W$  sono spazi vettoriali di dimensioni 2 e 1, rispettivamente.

2) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_C \frac{d\mathcal{L}^3(x, y, z)}{x^2 + y^2 + 2z + 1},$$

essendo  $C \subseteq \mathbb{R}^3$  definito da

$$C = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \right\}.$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).