

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 25 SETTEMBRE 2006

1) Sia f la funzione definita, per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ da

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + xy + y^2) \log(x^2 + y^2) & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Si dica se la funzione f è:

- (a) continua in $(0, 0)$;
- (b) derivabile in $(0, 0)$ rispetto ad ogni $(x, y) \in \mathbb{R}^2$;
- (c) differenziabile in $(0, 0)$.

2) Sia A l'insieme definito da

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 = x^3 - x^4 \right\}.$$

- (a) Si dimostri che l'insieme A è chiuso e limitato.
- (b) Si dica se A è una sottovarietà differenziabile di \mathbb{R}^2 .
- (c) Si determini il massimo e il minimo della distanza dei punti di A dalla retta di equazione $x = 2$.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 25 SETTEMBRE 2006

- 1) Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y^{(4)} - y = \sin x + \cos x$$

- 2) Si calcoli $\mathcal{L}^3(C)$, essendo C l'insieme definito da

$$C = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 3 - x^2 - y^2, z \leq 2 \right\}$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).