

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 17 DICEMBRE 2007

1) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} (1 - |x|)^2 & \text{se } |x| \leq 1, \\ 0 & \text{altrove in } \mathbb{R}. \end{cases}$$

Si ponga $f_n(x) = f(nx)$ e $g_n(x) = \frac{1}{n}f(nx)$, e si studi la convergenza puntuale e uniforme delle successioni (f_n) e (g_n) .

2) Sia f la funzione definita per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy (1 - \cos \sqrt{x^2 + y^2})}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Si dica se la funzione f è:

- (a) continua in $(0, 0)$,
- (b) derivabile parzialmente in $(0, 0)$,
- (c) differenziabile in $(0, 0)$.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 17 DICEMBRE 2007

1) Si studi il problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' + 2y = 2|x|\sqrt{y}, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

2) Si calcoli

$$\int_C |z| d\mathcal{L}^3(x, y, z),$$

essendo C il sottoinsieme di \mathbb{R}^3 definito da

$$C = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, z^2 - x^2 - y^2 \geq 1, 0 \leq y \leq x \right\}.$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).