

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 19 MARZO 2008

1) Sia (f_n) la successione delle funzioni definite per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ da

$$f_n(x, y) = \frac{\sinh[n(x^2 - y)]}{\exp n}$$

- (a) Si determini l'insieme C di convergenza della successione (f_n) .
- (b) Si determini il limite puntuale $f : C \rightarrow \mathbb{R}$ della successione (f_n) .
- (c) Si studi la convergenza uniforme della successione (f_n) (ovvero la convergenza in $\mathcal{B}(C; \mathbb{R})$).

2) Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y) = \sin(y - x^2) + x^2$$

Se ne determinino gli eventuali:

- (a) punti critici,
- (b) punti di massimo e minimo relativo,
- (c) punti di massimo e minimo assoluto.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 19 MARZO 2008

1) Si determini la soluzione massimale del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2x+6}{\cos y}, \\ y(0) = \pi. \end{cases}$$

e se ne tracci il grafico, indicando in modo chiaro:

- (a) l'intervallo nel quale la soluzione è definita,
- (b) il comportamento della soluzione negli estremi di tale intervallo.

2) Si calcoli l'integrale

$$\int_D \arctan \sqrt{x^2 + y^2} d\mathcal{L}^2(x, y),$$

dove

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, \ x^2 + y^2 \leq 3, \ \sqrt{3}y - x \geq 0, \ \sqrt{3}x - y \geq 0 \right\}.$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).