

## ANALISI MATEMATICA

### UNITÀ 3

#### COMPITO DI ESAME DEL 30 MARZO 2009

1) Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 - 2x} & \text{se } x^2 + y^2 - 2x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x^2 + y^2 - 2x = 0. \end{cases}$$

(a) Per quali  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  la funzione  $f$  risulta continua in  $(x, y)$ ?

(b) Per quali  $(u, v) \in \mathbb{R}^2$  la funzione  $f$  risulta derivabile in  $(0, 0)$  rispetto a  $(u, v)$ ?

(c) Si calcoli  $\frac{\partial f}{\partial(u,v)}(0, 0)$  per gli  $(u, v)$  individuati al punto precedente.

2) Sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x, y, z) = x^2 y^2 - 4z^2 - yz$$

Se ne determinino i punti critici precisandone la natura.

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA**

**COMPITO DI ESAME DEL 30 MARZO 2009**

1) Si calcoli il valore del seguente integrale

$$\int_C z \, d\mathcal{L}^3(x, y, z),$$

essendo  $C$  il sottoinsieme di  $\mathbb{R}^3$  definito da

$$C = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2z \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \}.$$

2) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = x + 1, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).