

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 7 GENNAIO 2009

1) Si studi la convergenza puntuale e uniforme della successione (f_n) delle funzioni definite per $x \in \mathbb{R}$ da

$$f_n(x) = \frac{nx}{x^2 + n^2}$$

2) Sia f la funzione definita per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Si dica se la funzione f è

- (a) continua in $(0, 0)$,
- (b) derivabile in $(0, 0)$ rispetto a ogni $(u, v) \in \mathbb{R}^2$,
- (c) differenziabile in $(0, 0)$.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 7 GENNAIO 2009

1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_C \frac{\sqrt{|xy|}}{x^2 + y^2} d\mathcal{L}^2(x, y)$$

essendo C l'insieme definito da

$$C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + 1 \leq 2|x| + 2|y| \}$$

2) Si determini l'integrale generale del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} x' = y + \sin t, \\ y' = x + \cos t. \end{cases}$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).