

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 12 APRILE 2010

1) Sia f_α la funzione definita per $\alpha \in \mathbb{R}$ da

$$f_\alpha(x, y) = \frac{x|y|^\alpha}{x^2 + y^4}$$

Si studino al variare di α :

- (a) il campo di esistenza di f_α ;
- (b) l'esistenza di $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f_\alpha(x, y)$;
- (c) la derivabilità parziale di f_α nel punto $(0, 1)$.

2) Siano $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ le funzioni definite per $n \in \mathbb{N}$ da

$$f_n(x) = \frac{n^2}{(1+x^2)(x^2+n^2+1)}.$$

- (a) Si dimostri che f_n sono funzioni limitate.
- (b) Si dimostri che la successione (f_n) converge puntualmente a una funzione limitata.
- (c) Si studi la convergenza uniforme della successione (f_n) .

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 12 APRILE 2010

1) Sia C l'insieme definito da

$$C = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < 2x^2 - x^3 \}.$$

Si determini il volume del solido ottenuto da una rotazione completa dell'insieme C attorno all'asse y .

2) Si determini la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'' - 2u' + u = \frac{e^x}{x+2}, \\ u(0) = 0, \\ u'(0) = 0. \end{cases}$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).