

## ANALISI MATEMATICA

### UNITÀ 3

#### COMPITO DI ESAME DELL'11 GENNAIO 2010

1) Si studi la convergenza puntuale e uniforme della successione  $(f_n)$  delle funzioni definite per  $n \geq 1$  in  $]0, 2\pi[$  da

$$f_n(x) = n \sin\left(\frac{x}{n}\right).$$

2) Sia  $f$  la funzione definita in  $\mathbb{R}^2$  da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy\sqrt{x^2 + xy + y^2}}{x^2 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Se ne studi:

- (a) la continuità in  $(0, 0)$ ;
- (b) la derivabilità parziale in  $(0, 0)$ ;
- (c) la differenziabilità in  $(0, 0)$ .

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA**

**COMPITO DI ESAME DELL'11 GENNAIO 2010**

1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_D \frac{x^2}{x^2 + y^2} d\mathcal{L}^3(x, y, z),$$

essendo  $D$  il sottoinsieme di  $\mathbb{R}^3$  definito da

$$D = \{ 1 < x^2 + y^2 + z^2 < 2 ; x^2 + y^2 < z^2 ; z > 0 \}.$$

2) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^2 y'' - xy' + y = 2x, \\ y(1) = 0, \\ y'(1) = 1. \end{cases}$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).