

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 22 MARZO 2010

1) Sia (f_n) la successione delle funzioni definite in $]0, +\infty[$ da

$$f_n(x) = \frac{nx}{x^2 + n + 1}.$$

- (a) Si studi l'andamento dei grafici dei termini della successione (f_n) .
- (b) Si dimostri che la successione (f_n) converge puntualmente in $]0, +\infty[$ e se ne individui il limite.
- (c) Si studi la convergenza uniforme della successione (f_n) in $]0, 1[$.

2) Sia f la funzione definita in \mathbb{R}^2 da

$$f(x, y) = \frac{x|y|}{x^2 + y^2 + 1}.$$

- (a) Si dimostri che la funzione f è limitata.
- (b) Se ne determinino gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativo e assoluto.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 22 MARZO 2010

1) Si calcoli il valore del seguente integrale

$$\int_D \frac{x|y|}{x^2 + y^2 + 1} d\mathcal{L}^2(x, y)$$

essendo D il sottoinsieme di \mathbb{R}^2 definito da

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2|y| < x^2 + y^2 < 1; x > 0\}.$$

2) Sia determini la soluzione $u :]-\infty, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}^2$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} u, \\ u(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \end{cases}$$

Se la variabile indipendente è il tempo e $u(t)$ il vettore posizione, all'istante t , di un punto in movimento nel piano secondo la legge oraria u , si descriva la traiettoria del punto nell'intervallo di tempo $]0, \frac{\pi}{2}[$.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).