

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 14 DICEMBRE 2009

1) Sia (f_n) la successione delle funzioni definite per $n \geq 1$ in $]0, +\infty[$ da

$$f_n(x) = \frac{(x-n)^2}{x^3} \chi_{]n, +\infty[}(x).$$

- (a) Se ne studi la convergenza puntuale.
- (b) Si dimostri che $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ risulta $f_n \in B([0, +\infty[; \mathbb{R})$.
- (c) Se ne studi la convergenza uniforme.

2) Sia f la funzione definita in \mathbb{R}^2 da

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 2x - 1) |x^2 + y^2 + 2x - 1|.$$

- (a) Se ne studi il segno.
- (b) Se ne determinino i punti stazionari.
- (c) Se ne determinino gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativo e assoluto.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 14 DICEMBRE 2009

1) Si calcoli il valore del seguente integrale:

$$\int_D |xy| d\mathcal{L}^2(x, y),$$

essendo D il sottoinsieme di \mathbb{R}^2 definito da

$$D = \{ x^2 + y^2 - 2x \leq 1; x^2 + y^2 + 2x \leq 1 \}.$$

2) È data l'equazione differenziale

$$xy' = y - \frac{x}{y}.$$

(a) Se ne determini l'integrale generale.

(b) Se ne studi il problema di Cauchy nel punto $(2, 2)$.

(c) Si descriva graficamente l'andamento delle curve integrali.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).