

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 28 GIUGNO 2010

1) Sia (f_n) la successione definita in $] - \infty; +\infty[$ da

$$f_n(x) = \arctan(nx^2).$$

- (a) Si dimostri che la successione (f_n) converge puntualmente in $] - \infty; +\infty[$ e se ne determini la funzione limite puntuale.
- (b) Si tracci il grafico dei primi tre termini della successione (f_n) e della funzione limite.
- (c) Si stabilisca se la successione (f_n) converge uniformemente in $] - \infty; +\infty[$.
- (d) Si stabilisca se la successione (f_n) converge uniformemente in $]0; +\infty[$.

2) Si determinino gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativo e assoluto, della funzione f definita in \mathbb{R}^2 da

$$f(x, y) = 2(x^4 + y^4) - (x + y)^2.$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 28 GIUGNO 2010

1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_C y^2 z \, d\mathcal{L}^3(x, y, z),$$

essendo C l'insieme definito da

$$C = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 < x^2 + y^2 < 2x ; \quad 0 < z < \frac{2}{x} \right\}.$$

2) Data l'equazione differenziale

$$y' = 2y - e^x y^2,$$

- (a) se ne determini l'integrale generale;
- (b) si studi il comportamento all'infinito delle soluzioni;
- (c) si risolva il problema di Cauchy nel punto $(0, 1)$.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).