

## ANALISI MATEMATICA

### UNITÀ 3

#### COMPITO DI ESAME DEL 12 LUGLIO 2010

1) Sia  $(f_n)$  la successione delle funzioni definite in  $]0, +\infty[$  da

$$f_n(x) = \frac{x \log(n+1)}{x^2 + n^2 + 1}.$$

(a) Si dimostri che i termini della successione  $(f_n)$  sono funzioni limitate.

(b) Si calcoli  $\sup_{x \in \mathbb{R}} f_n(x)$ .

(c) Si studi la convergenza puntuale di  $\sum_{n=0}^{\infty} f_n$ .

(d) Si studi la convergenza totale in  $B([0, +\infty[; \mathbb{R})$  di  $\sum_{n=0}^{\infty} f_n$ .

2) Sia  $f$  la funzione definita in  $\mathbb{R}^2$  da

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2 + 1}.$$

(a) Si dimostri che la funzione  $f$  non possiede alcun punto di massimo o di minimo relativo.

(b) Si dimostri che la funzione  $f$  è limitata.

(c) Si determinino l'estremo superiore e inferiore della funzione  $f$ .

(d) Si stabilisca se l'insieme degli zeri della funzione  $f$  è una varietà differenziabile.

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA  
COMPITO DI ESAME DEL 12 LUGLIO 2010**

Non si è presentato alcun candidato.