

## ANALISI MATEMATICA

### UNITÀ 3

#### COMPITO DI ESAME DEL 13 DICEMBRE 2010

1) Sia  $(f_n)$  la successione delle funzioni definite in  $\mathbb{R}$  da

$$f_n(x) = \frac{\cosh(n \sin x)}{e^n}.$$

- (a) Si dimostri che i termini della successione  $(f_n)$  sono funzioni limitate.
- (b) Si studi la convergenza puntuale della successione  $(f_n)$ .
- (d) Si studi la convergenza uniforme della successione  $(f_n)$ .

2) Sia  $f$  la funzione definita in  $\mathbb{R}^2$  da

$$f(x, y) = \frac{|y|(1 - x^2 - y^2)}{x^2 + 1}.$$

- (a) Se ne determinino gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativo e assoluto.
- (b) Si dica se la funzione  $f$  è superiormente/inferiormente limitata.

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA**

**COMPITO DI ESAME DEL 13 DICEMBRE 2010**

1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_C \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} d\mathcal{L}^3(x, y, z),$$

essendo  $C$  l'insieme definito da

$$C = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y < x^2 + y^2 + z^2 < 1; 0 < y < x \}.$$

2) Si determini l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$(1 + x^2)y' - 2xy = 3x^2y^2$$

e si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (1 + x^2)y' - 2xy = 3x^2y^2, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).