

ANALISI MATEMATICA

UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 4 LUGLIO 2011

1) Sia f la funzione definita in $]0, +\infty[$ da

$$f(x) = \frac{\sin x}{x}$$

e sia (f_n) la successione delle funzioni definite in $]0, +\infty[$ da

$$f_n(x) = f(nx).$$

(a) Si dimostri che la funzione f è limitata e se ne tracci il grafico.

(b) Si studi la convergenza puntuale della successione (f_n) .

(d) Si studi la convergenza uniforme della successione (f_n) .

2) Sia f la funzione definita in \mathbb{R}^2 da

$$f(x, y) = x^2 y^2$$

Se ne determinino gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativo e assoluto vincolati all'insieme M definito da

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y^2 - 1\}$$

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 4 LUGLIO 2011

1) Sia D l'insieme definito da

$$D = \{ (x, 0, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < x < \pi; x < z < x + \sin x \}.$$

Si calcoli $\mathcal{L}^3(C)$, essendo C l'insieme ottenuto mediante una rotazione completa dell'insieme D attorno all'asse z .

2) È data l'equazione differenziale

$$y' - xy = xy^3.$$

(a) Si determinino le eventuali simmetrie del suo integrale generale.

(b) Se ne determinino le eventuali soluzioni costanti.

(d) Se ne studi il Problema di Cauchy nel punto $(0, 1)$.

NOTA : Si ricorda allo studente di indicare il dominio di ogni soluzione richiesta.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).