

ANALISI MATEMATICA II / ANALISI UNITÀ 3

COMPITO DI ESAME DEL 9 GENNAIO 2012

1) Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y) = (|x| - y^2) (|y| - x^2).$$

(a) Se ne studino le eventuali simmetrie.

(b) Se ne studi il segno.

(c) Si dica, giustificando la risposta, se la funzione f è inferiormente/superiormente limitata.

2) Sia $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$F(x, y) = \begin{cases} \frac{(|x|-y^2)(y-x^2)}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Se ne studi:

(a) la continuità,

(b) la derivabilità in $(0, 0)$,

(c) la differenziabilità in $(0, 0)$.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 9 GENNAIO 2012

1) Si calcoli

$$\int_D (x + y + |z| + 1) d\mathcal{L}^3(x, y, z),$$

essendo D l'insieme definito da

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 + 3z^2 < 1\}.$$

2) Data l'equazione differenziale

$$xy' + y \ln x = y^{-3} \ln x,$$

(a) se ne determini l'integrale generale,

(b) se ne individuino le eventuali soluzioni costanti,

(c) si studi il comportamento delle soluzioni all'infinito e negli intorni dell'origine.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).