

ANALISI MATEMATICA II

COMPITO DI ESAME DEL 19 MARZO 2012

1) Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x, y) = (|x| + |y| - 1)(x^2 + y^2 - 1).$$

- (a) Se ne studino le eventuali simmetrie.
- (b) Se ne studi il segno.
- (c) Si dimostri che la funzione f ha minimo.
- (d) Si dimostri che la funzione f non possiede punti critici di massimo relativo.
- (e) Si dimostri che la funzione f possiede un punto di massimo relativo.

2) Sia (f_n) la successione delle funzioni definite in \mathbb{R}^2 da

$$f_n(x, y) = \frac{nx}{n^2 + x^2 + y^2}.$$

- (a) Si dimostri che, per ogni n , risulta $f_n \in \mathcal{B}(\mathbb{R}^2; \mathbb{R})$.
- (b) Si studi la convergenza puntuale della successione (f_n) .
- (c) Si studi la convergenza uniforme della successione (f_n) .

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI
ANALISI MATEMATICA**

COMPITO DI ESAME DEL 19 MARZO 2012

1) Si calcoli il valore dell'integrale

$$\int_D x e^y d\mathcal{L}^2(x, y),$$

essendo D l'insieme definito da

$$D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 < |y| < 3x + 4 \}.$$

2) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} -2xy + (1 + x^2)y' = 3x^2y^2, \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

e si tracci il grafico della soluzione.

TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).