

## ANALISI MATEMATICA II

### COMPITO DI ESAME DEL 3 SETTEMBRE 2012

1) Sia  $f$  la funzione definita in  $\mathbb{R}^2$  da

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2+y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) Si dimostri che la funzione  $f$  è derivabile parzialmente in ogni punto di  $\mathbb{R}^2$  e se ne determinino le funzioni  $\frac{\partial f}{\partial x} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  e  $\frac{\partial f}{\partial y} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ .
- (b) Si studi la continuità in  $(0, 0)$  delle funzioni  $\frac{\partial f}{\partial x}$  e  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .
- (c) Si studi la differenziabilità in  $(0, 0)$  della funzione  $f$ .

2) Si determinino gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativo e assoluto, della funzione  $f$  definita in  $\mathbb{R}^2$  da

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

nell'insieme  $M$  definito da

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y^2 - 1\}.$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA**

**COMPITO DI ESAME DEL 3 SETTEMBRE 2012**

1) Si calcoli  $\mathcal{L}^3(D)$ , essendo  $D$  il sottoinsieme di  $\mathbb{R}^3$  descritto da una rotazione completa attorno all'asse  $z$  dell'insieme  $C$  definito da

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0; 0 < y < \pi; 0 < z < \sin y\}.$$

2) Si determini, al variare di  $a \in \mathbb{R}$ , l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 2y' + a^2y = e^x.$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).