

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA**

**COMPITO DI ESAME DEL 18 GIUGNO 2013**

1) Sia  $f$  la funzione definita in  $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$  da

$$f(x, y) = \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

e sia  $D$  l'insieme definito da

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 2y < 0; 0 < y < x\}.$$

(a) Si dimostri, giustificando la risposta, che la funzione  $f$  è sommabile sull'insieme  $D$ .

(b) Si calcoli

$$\int_D f(x, y) d\mathcal{L}^2(x, y).$$

2) Si studi, al variare di  $\alpha \geq 1$ , l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$|t|^\alpha u' = u.$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).