

**COMPLEMENTI DI  
ANALISI MATEMATICA**

**COMPITO DI ESAME DEL 2 LUGLIO 2013**

1) Sia  $D$  l'insieme definito da

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x^2 + y^2)^2 < 2(x^2 - y^2)\}.$$

(a) Si dimostri che l'insieme  $D$  è contenuto nella regione limitata  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| < |x| < \sqrt{2}\}$ .

(b) Si studino le eventuali simmetrie dell'insieme  $D$ .

(c) Si calcoli  $\mathcal{L}^2(D)$ .

2) Si risolva il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} u''' + u'' + u' + u = e^{-x}, \\ u(0) = 0, \\ u'(0) = 0, \\ u''(0) = -1. \end{cases}$$

**TEMPO: 1 ORA E 30 MINUTI**

N.B.: Non è ammesso l'uso di alcuna calcolatrice e di libri di testo (sono consentiti la dispensa del corso e gli appunti).