Tori Non Commutativi

Francesca Arici

Brescia, 17 Novembre 2010

Abstract

La dualità tra algebra e geometria costituisce una delle idee più feconde e più antiche della matematica. Con il teorema di Gelfand e Naimark, che andremo ad enunciare, si instaura una sorta di corrispondenza tra spazi geometrici ed algebre ad essi associati. Questo risultato permette di applicare metodi di analisi funzionale allo studio delle proprietà topologiche e geometrico-differenziali di uno spazio: è il punto di partenza della cosiddetta *geometria non commutativa*.

In questo seminario andremo a studiare lo spazio delle orbite dell'azione per traslazione degli interi sul cerchio S^1, utilizzando da un lato il *gruppoide* associato a tale azione e dall'altro la corrispondente algebra *crossed product*. Tale algebra prende il nome di *toro non commutativo* e rappresenta il più semplice e più studiato esempio di spazio non commutativo. Come vedremo esso può essere visto come una sorta di deformazione dell'algebra delle funzioni lisce sul 2 toro $\mathbb{T}^2$. Tale costruzione ammette generalizzazione a dimensioni superiori, parleremo allora di *tori non commutativi n-dimensionali*.

Daremo infine un breve accenno ai vari punti di vista sotto cui tali spazi possono essere studiati, ponendo in particolare l'accento sullo studio di operatori differenziali come il laplaciano.