

MECCANICA QUANTISTICA

Prova d'esame – 27.06.2006

Esercizio 1

Si consideri un fascio di particelle identiche di spin $1/2$ e momento magnetico $\vec{\mu} = \mu\vec{\sigma}$ emergenti da un dispositivo di Stern e Gerlach il cui campo magnetico è orientato lungo l'asse Y e si selezioni solo il fascio con orientamento antiparallelo al campo. Successivamente il fascio attraversa una regione spaziale caratterizzata dalla presenza di un campo magnetico $\vec{B} = (B_x, 0, B_z)$ uniforme nello spazio e costante nel tempo, con $\epsilon = |B_x/B_z| \ll 1$ fino al tempo t .

- (1.1) determinare la distribuzione di probabilità dell'osservabile S_z al tempo t ;
- (1.2) determinare il valor medio e lo scarto quadratico medio di S_z al tempo t ;
- (1.3) determinare il tempo t in modo tale che sia massimizzata la probabilità di osservare S_z parallelo a Z .

In tutti i calcoli si considerino esclusivamente i termini al primo ordine ϵ .

Esercizio 2

Sia data la barriera di potenziale

$$U(x) = U_0 > 0 \quad \text{per} \quad |x| < R; \quad U(x) = 0 \quad \text{altrove.}$$

Calcolare per quali valori del momento iniziale una particella di energia $E > U_0$ non viene riflessa dalla barriera.

Esercizio 3

Si consideri un elettrone nello stato $2p$ dell'atomo di idrogeno con funzione d'onda

$$u_{21-1}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{8\sqrt{\pi a_0^5}} r e^{-r/2a_0} \sin \theta e^{-i\phi}.$$

- (3.1) Calcolare la distanza dal nucleo per cui è massima la probabilità di trovarlo, indipendentemente da θ e ϕ .
- (3.2) Calcolare il valor medio e la varianza del momento angolare lungo l'asse z (si utilizzino coordinate polari eseguendo esplicitamente i conti). Giustificare i risultati ottenuti.