Elementi di Fisica Moderna, Meccanica Quantistica
15 Dicembre 2008

PROBLEMA 1

Una particella di massa m si muove in un potenziale :

$$V(x) = \begin{cases} 0 \quad \text{per} \quad 0 < x < a \\ \\ \infty \quad \text{per} \quad x \geq a \quad \text{e} \quad x \leq 0. \end{cases} \tag{1}$$

Inizialmente si trova nello stato

$$\psi_0(x) = C \sin\frac{\pi x}{a}\left(1 + e^{i\alpha}\cos\frac{\pi x}{a}\right)$$

dove α é una opportuna costante reale e C una costante di normalizzazione. Calcolare il valor medio della posizione $\langle x\rangle_t$ a tutti gli istanti di tempo t.

PROBLEMA 2

Si consideri un oscillatore armonico di massa m e frequenza ω. Si costruisca, a partire dagli autostati dell'energia $|n\rangle$ il seguente stato :

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2}\sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\,|n\rangle.$$

doce α é un parametro complesso.
a) Dimostrare che $|\alpha\rangle$ é autostato dell'operatore di distruzione $\hat{a}$, calcolando esplicitamente gli autovalori in funzione di α.
b) Calcolare $\langle(\hat{x} - \langle x\rangle)^2\rangle$ e $\langle(\hat{p} - \langle p\rangle)^2\rangle$ sullo stato $|\alpha\rangle$.