

**Elementi di Fisica Moderna, Meccanica Quantistica**  
**10 Gennaio 2008**

PROBLEMA 1

Una particella di massa  $m$  è vincolata a muoversi su un segmento di lunghezza  $L$  (barriera impenetrabile in  $x = 0$  e  $x = L$ ). Al tempo  $t = 0$  si trova in uno stato in cui

i) una misura dell'energia può fornire, con uguale probabilità, solo due valori, il più basso  $E_1$  e quello immediatamente superiore  $E_2 = 4E_1$ ,

ii) il valore di aspettazione del momento  $\langle p \rangle = 4\hbar/3L$ .

1a) Calcolare la funzione d'onda della particella all'istante iniziale.

1b) L'istante di tempo  $t_1$  più vicino a  $t = 0$  in cui  $\langle p(t_1) \rangle = 0$ .

PROBLEMA 2

L'Hamiltoniano per un sistema a due stati ha la forma seguente:

$$H = H_0 + \lambda H_1 = a|0\rangle\langle 0| + b|1\rangle\langle 1| + \lambda(\Delta|0\rangle\langle 1| + \Delta|1\rangle\langle 0|)$$

con  $0 < \lambda \ll 1$  e  $a \neq b$ .

Dopo aver determinato autostati e autovalori dell'Hamiltoniano imperturbato determinare, assumendo  $\lambda \ll |a - b|/|\Delta|$ , le correzioni al primo ordine per gli autovettori e al secondo ordine per gli autovalori, utilizzando la teoria delle perturbazioni indipendente dal tempo.

PROBLEMA 3

Si consideri un atomo di idrogeno negli stati 2p (trascurando lo spin dell'elettrone) e la base degli autostati comune agli operatori  $H, L^2, L_z$ .

3a) Si denotino con  $|\psi_+\rangle, |\psi_-\rangle, |\psi_0\rangle$  gli autostati normalizzati della base corrispondenti ad  $m = +1, -1, 0$  rispettivamente. Si immerga l'atomo di idrogeno in un campo magnetico  $B$  parallelo all'asse  $z$  e sia  $W = -\beta\vec{B} \cdot \vec{L}$  l'energia di interazione corrispondente. Calcolare i nuovi livelli energetici del sistema.

3b) Si consideri lo stato

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2} (|\psi_+\rangle + \sqrt{2}|\psi_0\rangle + |\psi_-\rangle).$$

Calcolare il valor medio e la varianza dell'energia in tale stato.

3c) Calcolare il valore di aspettazione di  $L_x$  e  $L_y$  in tale stato (nella rappresentazione in cui  $L_z$  è diagonale).