

**Elementi di Fisica Moderna, Meccanica Quantistica**  
**27 Luglio 2010**

**PROBLEMA 1**

Una particella di massa  $m$  si muove in un potenziale unidimensionale

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{per } x < 0, \text{ e } x > a \\ 0 & \text{per } 0 \leq x \leq a, \end{cases} \quad (1)$$

ed é descritta a  $t = 0$  dalla funzione d'onda:

$$\psi(x) = C \cos^2 \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi x}{a}$$

Determinare

- a) la costante di normalizzazione  $C$ ,
- b) i valori possibili dell'energia e le rispettive probabilità misurate all'istante  $t = 0$ .
- c) Determinare inoltre la funzione d'onda al generico tempo  $t$  e dire se esistono istanti di tempo  $t$  in cui la distribuzione di probabilità  $|\psi(x)|^2$  ritorna al valore iniziale.

**PROBLEMA 2**

Un sistema fisico é composto da due elettroni non interagenti immersi in un campo magnetico uniforme  $\vec{B} = (0, 0, B)$ . Se si trascurano i gradi di libertà traslazionali, l'Hamiltoniana del sistema assume la forma

$$H = \mu(\vec{B}\vec{\sigma}_1 + \vec{B}\vec{\sigma}_2)$$

dove  $-\mu\vec{\sigma}_1$  e  $-\mu\vec{\sigma}_2$  sono i momenti magnetici dei due elettroni e  $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  sono le matrici di Pauli.

- a) Determinare gli autostati e gli autovalori dell'energia.
- b) Si introduca un termine di interazione della forma

$$V = \alpha\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

e si calcolino le correzioni a tutti gli autovalori dell'energia usando la teoria delle perturbazioni al primo ordine in  $\alpha$ .