

Elementi di Fisica Moderna, Meccanica Quantistica
29 Marzo 2011

PROBLEMA A

Sia dato un sistema a due livelli descritto dalla Hamiltoniana

$$\hat{H} = \hbar\mu \begin{pmatrix} 0 & \frac{1+i}{\sqrt{2}} \\ \frac{1-i}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Sapendo che all'istante $t = 0$ lo stato del sistema é descritto dal vettore $|\psi_0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

1. Calcolare la probabilità che il sistema si trovi all'istante t nello stato descritto dal vettore $|\phi_f\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
2. Calcolare il valor medio e le probabilità relative ai risultati di una misura dell'osservabile $\hat{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ al tempo t .
3. Verificare che il risultato precedente soddisfi il teorema di Ehrenfest

$$\frac{d\langle\hat{C}\rangle_t}{dt} = \left\langle \left(\frac{d\hat{C}}{dt} \right) \right\rangle_t + \frac{-i}{\hbar} \langle [\hat{C}, \hat{H}] \rangle_t$$

PROBLEMA B

Si consideri la Hamiltoniana

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2 + \lambda\hat{x}^3$$

Calcolare:

1. Correzioni ai livelli di energia sino all'ordine λ^2 .
2. Correzioni alle autofunzioni al primo ordine in λ .