Elementi di Fisica Moderna, Meccanica Quantistica
27 Settembre 2011

PROBLEMA A

Sia dato un sistema a due livelli descritto dalla Hamiltoniana

$$\hat{H} = \hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & \frac{1-i}{\sqrt{2}} \\ \frac{1+i}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Sapendo che all'istante $t = 0$ lo stato del sistema é descritto dal vettore $|\psi_{in}\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

1. Calcolare la probabilitá che il sistema si trovi all'istante t nello stato descritto dal vettore $|\psi_{fin}\rangle = (\frac{1}{\sqrt{2}}) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2. Calcolare il valor medio e le probabilitá relative ai risultati di una misura dell'osservabile $\hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$ al tempo t .

3. Verificare che il risultato precedente soddisfi il teorema di Ehrenfest

$$\frac{d\langle\hat{C}\rangle_t}{dt} = \langle\left(\frac{d\hat{C}}{dt}\right)\rangle_t + \frac{-i}{\hbar}\langle[\hat{C}, \hat{H}]\rangle_t$$

PROBLEMA B

Si consideri la Hamiltoniana

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \epsilon & 2\epsilon - i & -\epsilon \\ 2\epsilon + i & 0 & -i \\ -\epsilon & i & 0 \end{pmatrix}.$$

Si determinino autostati e autovalori del sistema per $\epsilon = 0$ e le correzioni da apportare ai livelli energetici al primo ordine perturbativo in ϵ.