Elementi di Fisica Moderna, Meccanica Quantistica
30 Luglio 2012

PROBLEMA A

Si consideri il sistema a 3 livelli descritto dalla Hamiltoniana:

$$\hat{H} = \hbar\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ed il seguente stato iniziale,

$$\psi(0) = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Calcolare:

1. il tempo t trascorso il quale il sistema ritorna nello stato iniziale;
2. il valor medio dell'osservabile,
$$\hat{B} = b \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$
al tempo t, commentando la dipendenza o meno dal tempo di tale valor medio;
3. il valor medio, i possibili risultati e le relative probabilitá per una misura dell'osservabile
$$\hat{C} = c \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$
al tempo t;
4. le correzioni al primo e al secondo ordine in ϵ dei 3 livelli energetici se il sistema viene perturbato dal potenziale:
$$\hat{V} = \epsilon \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix},$$

PROBLEMA B

Sia data una particella di massa m in una buca bidimensionale quadrata di lato a.

Al tempo $t = 0$ la funzione d'onda che descrive lo stato della particella é

$$\psi_0(x, y) = N \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} \left(1 + 2 \cos \frac{\pi x}{a}\right),$$

dove N é una opportuna costante di normalizzazione.

Calcolare, al tempo t,

1. il valor medio dell'energia;
2. i possibili valori di una misura di p_x^2 e p_y^2 e le relative probabilitá.

All'improvviso al tempo $t = 0$, la buca viene raddoppiata nelle direzione y, senza cambiare la funzione d'onda $\psi_0(x, y)$. Discutere i liveli energetici del nuovo sistema, descrivere lo stato fondamentele e i primi due stati eccitati. Determinare inoltre la probabilitá che la particella si trovi nel primo stato eccitato del sistema finale.