

ESAME DI MECCANICA QUANTISTICA, 27/06/2013

PROBLEMA 1:

Una particella di spin $1/2$ ha come Hamiltoniana:

$$H_0 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

i) Usando il metodo variazionale con la funzione di prova:

$$\psi = \begin{pmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}$$

si dia una stima dell'energia dello stato fondamentale e si faccia il confronto con il risultato esatto.

ii) Si consideri la seguente perturbazione:

$$V = \begin{pmatrix} 0 & \epsilon \\ \epsilon & 0 \end{pmatrix}$$

Determinare gli autovalori al secondo ordine perturbativo e gli autovettori al primo ordine perturbativo di $H = H_0 + V$.

iii) Supponendo che il sistema al tempo $t = 0$ sia nello stato

$$\psi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

si determini la sua evoluzione al tempo t :

iv) Supponendo che al tempo t si misuri l'operatore:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Qual'è la probabilità che la misura di B dia autovalore 0?

PROBLEMA 2:

Si sa con certezza che lo stato di un oscillatore armonico di pulsazione ω non contiene stati più eccitati del secondo livello:

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle + c|2\rangle$$

Si sa inoltre che il valore di aspettazione della posizione x all'istante considerato è zero e che il valore di aspettazione dell'energia è $3\hbar\omega/4$. Che si può dire dei valori di a ; b ; c nell'ipotesi che siano reali? È completamente determinato lo stato in queste condizioni?

PROBLEMA 3:

Si considerino due particelle, una di spin 2 ed una di spin $1/2$:

i) Si calcolino i possibili valori dello spin totale delle due particelle e per ciascun valore dello spin totale le possibili componenti lungo z .

ii) Si scriva lo stato corrispondente allo spin totale massimo come stato prodotto degli stati di spin delle singole particelle.

iii) Se al sistema si aggiunge una terza particella di spin $1/2$, quali sono i valori dello spin totale ora? Si scriva lo stato corrispondente a spin totale massimo e minimo come stato prodotto degli stati di spin delle singole particelle.