Meccanica Quantistica
6 Settembre 2016

PROBLEMA 1
Lo stato di una particella di massa m é descritto dalla funzione d'onda:

$$\psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left(e^{i\phi} \sin\theta + \cos\theta \right) \; g(r), \tag{1}$$

con

$$\int_0^\infty |g(r)|^2 \; r^2 \; dr = 1$$

e $\vec{r} = (r, \theta, \phi)$.
Calcolare

1. i possibili risultati e le rispettive probabilitá di una misura della componente L_z del momento angolare della particella in questo stato
2. il valore di aspettazione di L_z
3. il valore di aspettazione di L^2

PROBLEMA 2

Si consideri l'Hamiltoniana

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + \lambda(x^2 p + p x^2) \tag{2}$$

Calcolare le correzioni al primo ordine in λ a tutti gli autovalori ed autovettori dell'energia.
PROBLEMA 3

Una particella di spin 1 è immersa in un campo magnetico statico, diretto come l'asse y. La sua Hamiltoniana è

$$\hat{H} = \lambda S_x$$

Se all'istante $t = 0$ si misura $S_z = -\hbar$, qual'è la probabilità di avere $S_x = \hbar$ all'istante t?
Si ricordi:

$$S_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad S_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad S_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$