## Meccanica Quantistica, 20 Febbraio 2017, Matricola.....................

### PROBLEMA A

Una particella di massa $m$ si trova in una buca di potenziale infinita caratterizzata dal seguente potenziale:

$$V(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{quando} \quad 0 < x < a \quad \text{e} \quad 0 < y < a \\ \infty & \text{altrove} \end{cases}$$

1. Calcolare autovalori ed autovettori.

Si consideri la perturbazione:

$$W(x,y) = \begin{cases} \epsilon & \text{quando} \quad a/2 < x < a \quad \text{e} \quad 0 < y < a \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

2. Calcolare le correzioni al primo ordine in $\epsilon$ dei primi 2 livelli di energia.

### PROBLEMA B

Si consideri una particella di spin 1/2. Misurando la componente $S_z$ si ottengono i valori $+\hbar/2$ con probabilitá 2/3 e $-\hbar/2$ con probabilitá 1/3.

1. Determinare lo stato iniziale sapendo che $\langle S_x \rangle = \hbar/2\sqrt{2}$.

Successivamente si immerga il sistema in un campo magnetico diretto lungo $z$, uniforme, di intensitá $B$.

2. Si determini lo stato al tempo $t$.
3. Si calcoli la probabilitá di ottenere il valore $\hbar/2$ per il valore di $S_y$ al tempo $t$.

### PROBLEMA C

Si considerino 2 oscillatori armonici indipendenti, ($[a,b] = [a^\dagger, b] = [a, b^\dagger] = [a^\dagger, b^\dagger] = 0$) caratterizzati dalla seguente Hamiltoniana,

$$H = \alpha a^\dagger a + \beta b^\dagger b + \gamma(ab + a^\dagger b^\dagger).$$

1. Verificare che la trasformazione :

$$A = a \cosh\phi + b^\dagger \sinh\phi \ , \quad B = b\, \cosh\phi + a^\dagger \sinh\phi \ ,$$

é canonica, ovvero lascia inalterata le parentesi di commutazione.

2. I nuovi oscillatori descritti da $A$ e $B$ sono indipendenti?
3. Scrivere la Hamiltoniana totale in termini di $A$ e $B$.
4. Calcolare per quali valori di $\phi$ l'Hamiltoniana diventa separabile.
5. Calcolare, nel caso descritto al punto 4. qual é l'energia dello stato fondamentale del sistema.

Si ricordi che $\sinh 2x = 2\sinh x \cosh x$, e $\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$.