

Meccanica Quantistica
11 Gennaio 2018

PROBLEMA A

Una particella di massa m è libera di muoversi in uno spazio unidimensionale soggetta ad un potenziale

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \leq x \leq a \\ +\infty & \text{se } x < 0 \text{ oppure } x > a. \end{cases}$$

All'istante $t = 0$ il sistema si trova in uno stato tale che:

- una misura dell'energia può restituire solamente i valori $\frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2}$ e $\frac{2\hbar^2 \pi^2}{ma^2}$
- il valor medio dell'energia è $\frac{\hbar^2 \pi^2}{ma^2}$
- il valor medio della quantità di moto è $\langle p \rangle = \frac{16\sqrt{2}\hbar}{9a}$.

Si determini:

1. la funzione d'onda all'istante $t = 0$
2. la funzione d'onda ad un generico istante t
3. il valor medio dell'energia ad un generico istante t .

PROBLEMA B

Un sistema quantistico è descritto dall'Hamiltoniana

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 (x^2 + y^2) + \epsilon xy$$

Usando la teoria delle perturbazioni non dipendenti dal tempo, si determinino:

1. la correzione al secondo ordine in ϵ per l'energia dello stato fondamentale
2. le correzioni al primo ordine in ϵ per l'energia dei primi due stati eccitati.

PROBLEMA C

Si consideri un elettrone legato ad un protone da un potenziale Coulombiano.

1. Se l'elettrone si trova nell'autostato $|3, 2, 1\rangle$ dell'atomo di idrogeno e la componente del suo spin lungo z misura $\hbar/2$, quali valori può restituire una misura del momento angolare totale e con quali probabilità?
2. Se invece una misura del momento angolare totale restituisce $\frac{35}{4}\hbar^2$ e $-\hbar/2$ per la componente z , qual'è la probabilità che lo spin dell'elettrone valga $-\hbar/2$ con momento angolare orbitale totale pari a $6\hbar^2$?