Meccanica Quantistica

9 Luglio 2018

PROBLEMA A

Si consideri un atomo di idrogeno negli stati $2p$ (trascurando lo spin dell'elettrone) e la base degli autostati comune agli operatori $\hat{H}, \hat{L}^2, \hat{L}_z$. Si denotino con $|\psi_+\rangle$, $|\psi_0\rangle$, $|\psi_-\rangle$, gli stati normalizzati della base corrispondenti rispettivamente a $m = +1, 0, -1$. Si immerga l'atomo di idrogeno in un campo magnetico esterno B parallelo all'asse z e sia $W = -\gamma \vec{B} \cdot \vec{L}$, l'energia di interazione.

1. Calcolare i nuovi livelli di energia del sistema.
2. Calcolare $\langle E \rangle$, $\langle \Delta E^2 \rangle = \langle (E - \langle E \rangle)^2 \rangle$, $\langle L_x \rangle$, $\langle L_y \rangle$ nello stato

$$|\psi\rangle = (1/2)(|\psi_+\rangle + \sqrt{2}|\psi_0\rangle + |\psi_-\rangle).$$

PROBLEMA B

Sia dato un sistema a due livelli descritto dalla Hamiltoniana

$$H = \begin{pmatrix} 0 & \epsilon \\ \epsilon & 0 \end{pmatrix}.$$

Sapendo che al tempo $t = 0$ lo stato del sistema é descritto dal vettore $\psi_{in} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ determinare:

1. la probabilitá che al tempo t il sistema si trovi nello stato $\psi_{fin} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
2. il valor medio e le probabilitá dei risultati di una misura, al tempo t, dell'osservabile

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -i\gamma \\ i\gamma & 0 \end{pmatrix},$$

3. Il sistema viene poi perturbato aggiungendo alla hamiltoniana la perturbazione

$$V = \lambda \begin{pmatrix} 1 & 3-i \\ 3+i & 2 \end{pmatrix}$$

con $\lambda \ll \epsilon$. Si determinino le correzioni al primo ordine in λ per gli autovalori di $H + V$.