Meccanica Quantistica
25 Giugno 2018

PROBLEMA A

Una particella quantistica di massa m è libera di muoversi in uno spazio unidimensionale soggetta ad un potenziale

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 \le x \le L \\ +\infty & \text{se } x < 0 \text{ oppure } x > L\,. \end{cases}$$

All'istante $t = 0$ il sistema si trova in uno stato tale che:

- una misura dell'energia può restituire solamente i valori $\dfrac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}$ e $\dfrac{2\hbar^2\pi^2}{mL^2}$
- il valor medio dell'energia è $\dfrac{5\hbar^2\pi^2}{4mL^2}$
- il valor medio della posizione è $\langle x\rangle = L\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{16}{9\pi^2}\right)$.

Si determini:

1. la funzione d'onda all'istante $t = 0$
2. il valor medio della posizione ad un generico istante t.

PROBLEMA B

Si consideri il sistema di cui al punto (A) perturbato dal seguente potenziale:

$$V_\epsilon(x) = \begin{cases} \epsilon\left(1 - \frac{x}{L}\right) & \text{se } 0 \le x \le L \\ 0 & \text{se } x < 0 \text{ oppure } x > L \end{cases}$$

e si calcolino le correzioni al primo ordine perturbativo in ϵ per tutti gli autovalori E_n e per le autofunzioni $\psi_n(x) = \langle x|E_n\rangle$.

PROBLEMA C

Una particella è descritta dall'hamiltoniana dipendente dal tempo

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_0 + \hat{V}(t)$$

dove

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} \hbar\omega_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{V}(t) = \begin{pmatrix} 0 & V\cos\omega_0 t \\ V\cos\omega_0 t & 0 \end{pmatrix}\,.$$

Usando la teoria delle perturbazioni dipendenti dal tempo, si calcoli la probabilità di transizione dallo stato $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ allo stato $|2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ al tempo t. Si approssimi inoltre la suddetta probabilità per $t \ll \omega_0^{-1}$.